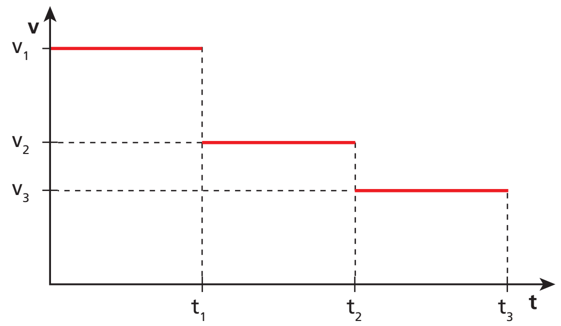
Tópico 3

1 Numa folha de papel branco, está escrito “terra” com tinta vermelha e “prometida” com tinta verde. Tomam-se duas lâminas transparentes de vidro, uma vermelha e outra verde. Através de que lâmina deve-se olhar para o papel de modo que a palavra “terra” seja enxergada com bastante contraste?

Resolução:
Usando-se a lâmina vermelha, nossos olhos recebem a luz vermelha proveniente da palavra “terra” e a componente vermelha da luz branca proveniente do papel, o que dificulta a leitura da palavra “terra”.

Resposta: Lâmina verde

2 (PUC-SP) Um raio de luz monocromática passa do meio 1 para o meio 2 e deste para o meio 3. Sua velocidade de propagação relativa aos meios citados é v_1, v_2 e v_3, respectivamente.
O gráfico representa a variação da velocidade de propagação da luz em função do tempo ao atravessar os meios mencionados, considerados homogêneos:



Sabendo-se que os índices de refração do diamante, do vidro e do ar obedecem à desigualdade $n_{diam} > n_{vidro} > n_{ar}$, podemos afirmar que os meios 1, 2 e 3 são, respectivamente:
a) diamante, vidro, ar.
b) diamante, ar, vidro.
c) ar, diamante, vidro.
d) ar, vidro, diamante.
e) vidro, diamante, ar.

Resolução:
Como **v** e **n** são inversamente proporcionais ($n = \frac{c}{v}$):

$$\left.\begin{array}{r} v_3 < v_2 < v_1 \Rightarrow n_3 > n_2 > n_1 \\ n_{diam} > n_{vidro} > n_{ar} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Meio 1: ar;} \\ \text{Meio 2: vidro;} \\ \text{Meio 3: diamante.} \end{array}$$

Resposta: d

3 Para a luz amarela emitida pelo sódio, os índices de refração de certo vidro e do diamante são iguais a 1,5 e 2,4, respectivamente. Sendo de 300 000 km/s a velocidade da luz no ar, calcule, para a luz amarela citada:
a) sua velocidade no vidro;
b) sua velocidade no diamante;
c) o índice de refração do diamante em relação ao vidro.

Resolução:
a) $n_V = \frac{c}{v_V} \Rightarrow v_V = \frac{300\,000}{1{,}5} \Rightarrow \boxed{v_V = 200\,000 \text{ km/s}}$

b) $n_V = \frac{c}{v_d} \Rightarrow v_d = \frac{300\,000}{2{,}4} \Rightarrow \boxed{v_d = 125\,000 \text{ km/s}}$

c) $n_{d,V} = \frac{n_d}{n_V} = \frac{2{,}4}{1{,}5} \Rightarrow \boxed{n_{d,V} = 1{,}6}$

Respostas: a) 200 000 km/s; b) 125 000 km/s; c) 1,6.

4 Determinada luz monocromática percorre um segmento de reta de comprimento 30 cm no interior de um bloco maciço de um cristal durante $2{,}0 \cdot 10^{-9}$ s. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, calcule o índice de refração desse cristal.

Resolução:
$v_C = \frac{30 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2{,}0 \cdot 10^{-9} \text{ s}} \Rightarrow v_C = 1{,}5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$n_C = \frac{c}{v_C} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{1{,}5 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{n_C = 2{,}0}$

Resposta: 2,0

5 E.R. Um raio de luz monocromática propaga-se no ar (meio 1) e atinge a superfície plana da água (meio 2) sob ângulo de incidência θ_1 igual a 45°. Admitindo que o índice de refração da água vale $\sqrt{2}$ para aquela luz, determine:
a) o ângulo de refração;
b) o desvio experimentado pelo raio ao se refratar;
c) uma figura em que estejam representados o raio incidente, o raio refletido e o raio refratado.

Resolução:
a) Pela Lei de Snell, temos:

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

Sendo $n_1 = 1$, $n_2 = \sqrt{2}$, sen θ_1 = sen 45° $= \frac{\sqrt{2}}{2}$, temos:

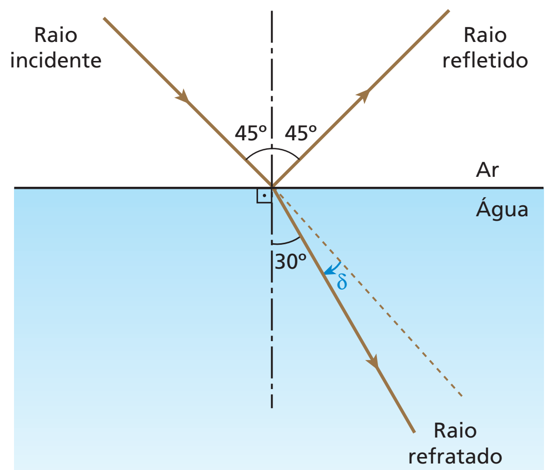
$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \frac{1}{2}$$

Então: $\boxed{\theta_2 = 30°}$

b) O desvio experimentado pelo raio ao se refratar é:

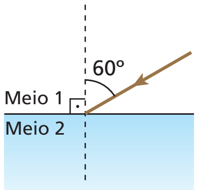
$$\delta = \theta_1 - \theta_2 \Rightarrow \delta = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta = 15°}$$

c)

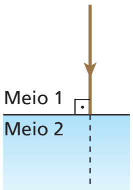


6 Um raio de luz monocromática incide na fronteira entre dois meios transparentes 1 e 2, de índices de refração $n_1 = 1$ e $n_2 = \sqrt{3}$ nas situações esquematizadas a seguir:

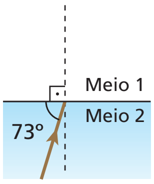
a)



b)



c)



Em cada situação, calcule o ângulo de refração.

Dado: sen 17° $\simeq \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

Resolução:

a) $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow$

$\boxed{\theta_2 = 30°}$

b) $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot 0 = \sqrt{3} \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 0°}$

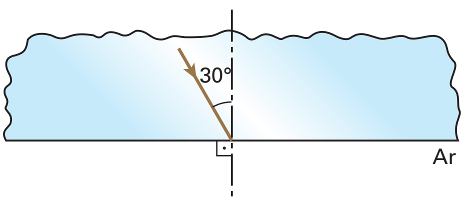
c) $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \text{sen } \theta_1 = \sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \text{sen } \theta_1 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow$

$\boxed{\theta_1 = 30°}$

Respostas: a) 30°; b) 0°; c) 30°

7 Na figura a seguir, um pincel cilíndrico de luz monocromática propaga-se em um bloco sólido transparente e incide na fronteira plana entre o bloco e o ar, sob ângulo de incidência igual a 30°.
Sabendo que o índice de refração do bloco para a radiação considerada vale $\sqrt{3}$, determine:

a) o ângulo de refração;
b) o desvio experimentado pela luz ao se refratar;
c) a representação esquemática dos raios incidente, refletido e refratado.

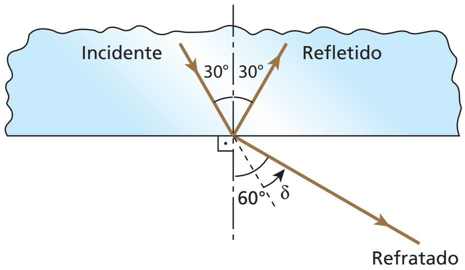


Resolução:

a) $n_b \text{ sen } 30° = n_{ar} \text{ sen } r \Rightarrow \sqrt{3} \cdot \dfrac{1}{2} = 1 \text{ sen } r \Rightarrow \boxed{r = 60°}$

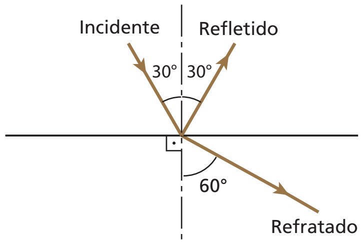
b) $\delta_1 = 60° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta = 30°}$

c)



Respostas: a) 60°; b) 30°;

c)



8 Julgue falsa ou verdadeira cada uma das afirmações a seguir.

(01) Numa noite enluarada, os animais que habitam o interior de um lago de águas calmas podem enxergar a Lua. Uma pessoa, à beira do lago, quando olha para a superfície da água, também pode ver a Lua. Podemos então concluir que a luz proveniente da Lua, ao incidir na água, não somente se refrata, mas também se reflete parcialmente.
(02) Refração da luz é o desvio da luz ao atravessar a fronteira entre dois meios transparentes.
(04) Refração da luz é a passagem da luz de um meio transparente para outro, ocorrendo sempre uma alteração de sua velocidade de propagação.
(08) Na refração da luz, o raio refratado pode não apresentar desvio em relação ao raio incidente.
(16) A cor da luz (frequência) não se altera na refração.
(32) Quando um raio incidente oblíquo passa do meio menos refringente para o mais refringente, ele se aproxima da normal.
(64) Quando um raio incidente oblíquo passa do meio mais refringente para o menos refringente, ele se afasta da normal.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações verdadeiras.

Resolução:

(01) Verdadeira.
(02) Falsa. Refração é a passagem da luz de um meio transparente para outro, ocorrendo variação da velocidade de propagação, mas nem sempre desvio.
(04) Verdadeira.
(08) Verdadeira. É o que ocorre na incidência normal.
(16) Verdadeira.
(32) Verdadeira.
(64) Verdadeira.

Resposta: 125

9 Um feixe cilíndrico de luz incide perpendicularmente na superfície plana de separação de dois meios ordinários opticamente diferentes. Pode-se afirmar que:

a) o feixe refrata-se, desviando-se fortemente;
b) o feixe não sofre refração;
c) o feixe não sofre reflexão;
d) ocorre reflexão, com a consequente alteração do módulo da velocidade de propagação;
e) ocorre refração, com a consequente alteração do módulo da velocidade de propagação.

Resolução:
a) A refração ocorre, porém, sem desvio (falsa).
b) Falsa.
c) Falsa. Ocorre reflexão parcial.
d) Falsa. O módulo da velocidade não se altera na reflexão.
e) Verdadeira.

Resposta: e

10 Quando um raio de luz passa de um meio mais refringente para outro menos refringente:

a) afasta-se da normal;
b) aproxima-se da normal;
c) a frequência da luz aumenta;
d) não ocorre desvio;
e) a velocidade de propagação da luz aumenta.

Resolução:
Quando o raio passa para um meio menos refringente (**n** menor), sua velocidade de propagação aumenta $\left(v = \frac{c}{n}\right)$.

Resposta: e

11 (Vunesp-SP) Analise a tabela e responda.

Substância	Índice de refração em relação ao ar
Água	1,33
Álcool etílico	1,63
Glicerina	1,47
Quartzo cristalino	1,54
Vidro comum	1,50

Para um mesmo ângulo de incidência diferente de zero, o maior desvio na direção de um raio de luz que se propaga no ar ocorrerá quando penetrar:

a) na água.
b) no álcool etílico.
c) na glicerina.
d) no quartzo cristalino.
e) no vidro comum.

Resolução:
O maior desvio ocorrerá quando o raio penetrar no meio de maior índice de refração.

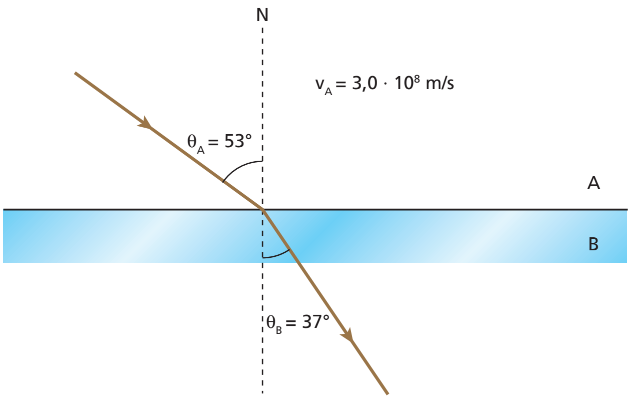
Resposta: b

12 (Unifor-CE) Um raio de luz monocromática, propagando-se num meio **A** com velocidade $3,0 \cdot 10^8$ m/s, incide na superfície de separação com outro meio transparente **B**, formando 53° com a normal à superfície. O raio refratado forma ângulo de 37° com a normal no meio **B**, onde a velocidade V_B vale, em m/s:

Dados: sen 37° = cos 53° = 0,600;
cos 37° = sen 53° = 0,800.

a) $1,20 \cdot 10^8$.
b) $1,60 \cdot 10^8$.
c) $2,10 \cdot 10^8$.
d) $2,25 \cdot 10^8$.
e) $2,40 \cdot 10^8$.

Resolução:



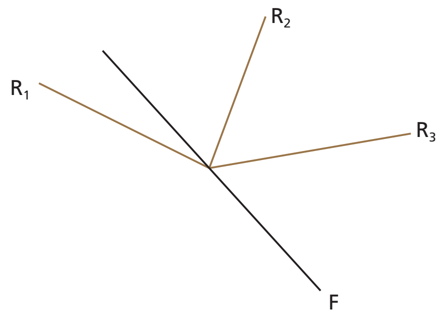
Lei de Snell:

$$\frac{\text{sen}\,\theta_A}{\text{sen}\,\theta_B} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{\text{sen}\,53°}{\text{sen}\,37°} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{0,800}{0,600} = \frac{3 \cdot 10^8}{v_B} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_B = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

Resposta: d

13 Um raio de luz monocromática incide na fronteira **F** entre dois meios transparentes, dando origem a um raio refletido e a um raio refratado, como representa a figura:

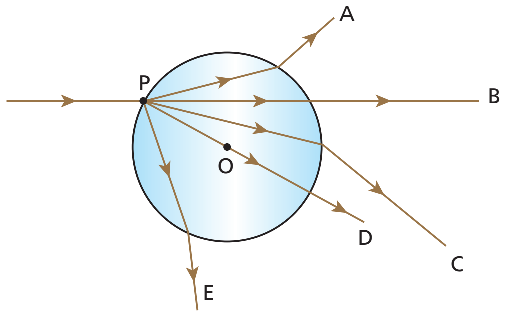


Dos raios de luz R_1, R_2 e R_3, identifique o incidente, o refletido e o refratado.

Resolução:
• Os raios incidente e refletido têm de estar no mesmo meio. Portanto, um deles é R_2 e o outro, R_3.
• Para R_1 ser o raio refratado, R_3 é, necessariamente, o raio incidente.

Respostas: R_1: raio refratado; R_2: raio refletido; R_3: raio incidente

14 Um raio de luz monocromática proveniente do ar incide no ponto **P** de uma esfera de vidro de centro **O**, como representa a figura:

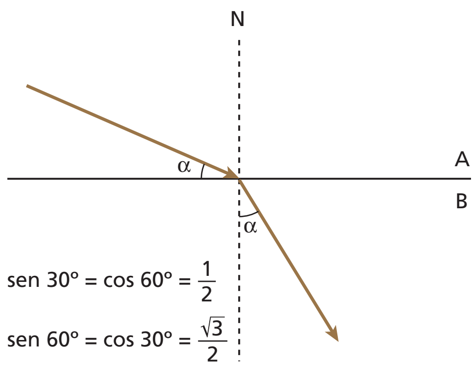


Dos trajetos indicados (**A**, **B**, **C**, **D** e **E**), qual é possível?

Resolução:
Ao penetrar no vidro (meio mais refringente), o raio aproxima-se da normal(reta que passa pelos pontos **P** e **O**). Ao emergir do vidro para o ar (meio menos refringente), o raio afasta-se da normal.

Resposta: C

15 (UFPel-RS) A figura abaixo representa um raio luminoso propagando-se do meio **A** para o meio **B**. Sabendo-se que a velocidade da luz, no meio **A**, é 240 000 km/s e que o ângulo **α** vale 30°, calcule:



$\text{sen } 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$

$\text{sen } 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

a) o índice de refração relativo do meio **A** em relação ao meio **B**;
b) a velocidade de propagação da luz no meio **B**.

Resolução:

a) $n_A \text{ sen } \theta_A = n_B \text{ sen } \theta_B$, em que $\theta_A = 90° - \alpha = 60°$ e $\theta_B = \alpha = 30°$

$n_A \text{ sen } 60° = n_B \text{ sen } 30°$

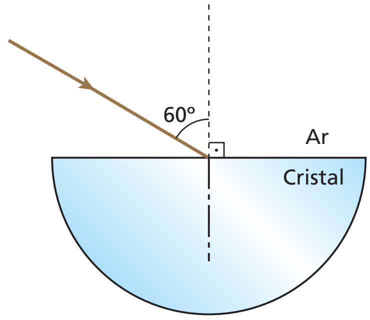
$$n_A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = n_B \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{n_A}{n_B} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

b) $$\frac{v_B}{v_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{v_B}{240\,000} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\boxed{v_B = 80\,000\sqrt{3} \text{ km/s}}$$

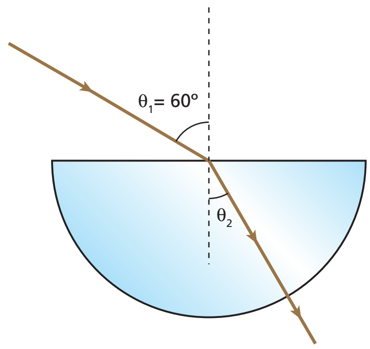
Respostas: a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; b) $80\,000\sqrt{3}$ km/s

16 Um raio de luz monocromática incide no centro da face circular de uma peça hemisférica de cristal transparente. A figura representa a seção da peça determinada pelo plano de incidência do raio:



Sendo $\sqrt{3}$ o índice de refração do cristal para a referida radiação, determine a trajetória do raio refratado até emergir para o ar, indicando os ângulos envolvidos.

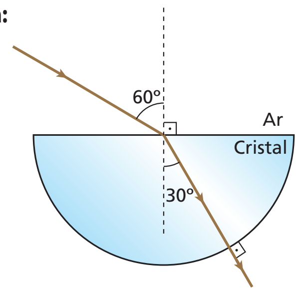
Resolução:



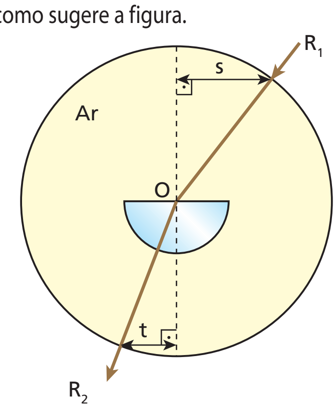
$n_{A_n} \text{ sen } \theta_1 = n_C \text{ sen } \theta_2$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 30°}$$

Resposta:

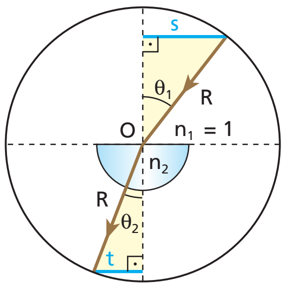


17 **E.R.** Para determinar o índice de refração de um material, uma peça semicilíndrica polida desse material foi colocada sobre um disco de centro **O**, como sugere a figura.



Um raio de luz monocromática R_1, emitido rente ao disco, incide na peça, obtendo-se o raio refratado R_2. As distâncias **s** e **t** foram medidas, encontrando-se s = 8,0 cm e t = 5,0 cm. Calcule o índice de refração do material da peça.

Resolução:
Sendo **R** o raio do disco, temos:



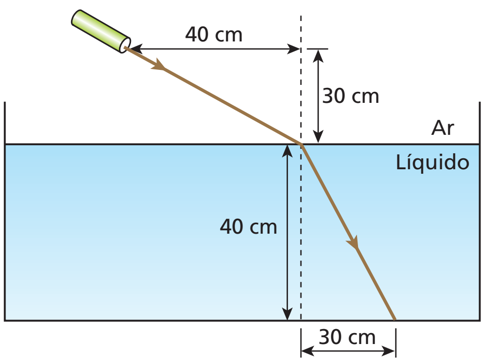
Usando a Lei de Snell:

$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$

$1 \cdot \frac{s}{R} = n_2 \cdot \frac{t}{R} \Rightarrow n_2 \cdot \frac{s}{t} = \frac{8{,}0}{5{,}0}$

Então: $\boxed{n_2 = 1{,}6}$

18 (UFSE) O raio de luz monocromática representado no esquema abaixo se propaga do ar para um líquido:



Pode-se afirmar que o índice de refração do líquido em relação ao ar é:
a) 1,25.
b) 1,33.
c) 1,50.
d) 1,67.
e) 1,80.

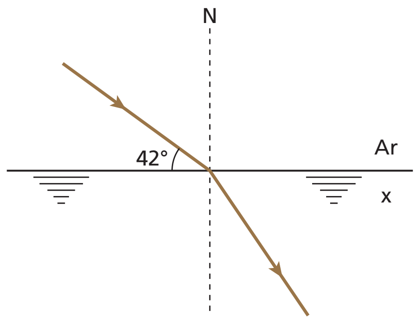
Resolução:
Na figura dada, temos dois triângulos retângulos cujos catetos medem 30 cm e 40 cm.
Portanto, a hipotenusa de cada um deles mede 50 cm:

$n_{ar} \text{ sen } \theta_1 = n_L \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow \frac{n_L}{n_{ar}} = \frac{\frac{40}{50}}{\frac{30}{50}} \Rightarrow \boxed{\frac{n_L}{n_{ar}} = \frac{4}{3} \cong 1{,}33}$

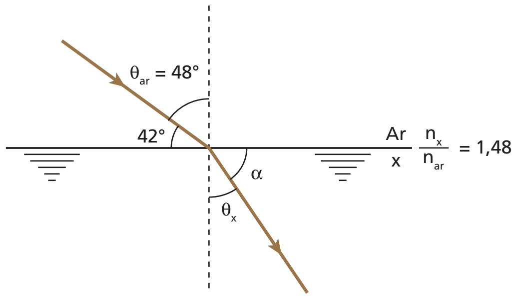
Resposta: b

19 (Ufal) Um raio de luz monocromática passa do ar para um outro meio **x**, cujo índice de refração em relação ao ar é 1,48.
a) Faça, em seu caderno, um esboço da situação descrita acima, considerando que o ângulo entre a superfície de separação dos dois meios e o raio de luz incidente seja igual a 42°.
b) Calcule a medida do ângulo formado entre a linha da superfície de separação dos dois meios e o raio de luz propagando-se no meio **x**.
Dados: sen 42° = 0,67;
cos 42° = 0,74.

Resolução:
a)



b)



$n_{ar} \text{ sen } \theta_{ar} = n_x \text{ sen } \theta_x \Rightarrow n_{ar} \text{ sen } 48° = n_x \text{ sen } \theta_x$

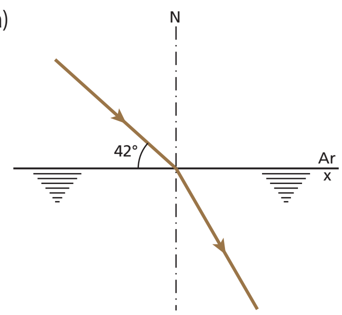
$\text{sen } \theta_x = \frac{n_{ar}}{n_x} \cos 42°$

$\text{sen } \theta_x = \frac{1}{1{,}48} \cdot 0{,}74 \Rightarrow \text{sen } \theta_x = \frac{1}{2}$

$\boxed{\theta_x = 30°}$

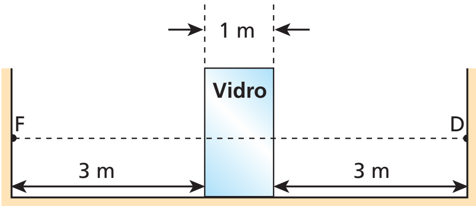
$\alpha + \theta_x = 90° \Rightarrow \alpha = 90° - 30° \Rightarrow \boxed{\alpha = 60°}$

Respostas: a)



b) 60°

20 (Fuvest-SP) No esquema abaixo, temos uma fonte luminosa **F** no ar, defronte de um bloco de vidro, após o qual se localiza um detector **D**. Observe as distâncias e dimensões indicadas no desenho:



São dados: índice de refração do ar = 1,0; índice de refração do vidro em relação ao ar = 1,5; velocidade da luz no ar = 300 000 km/s.

a) Qual o intervalo de tempo para a luz se propagar de **F** a **D**?
b) Construa, em seu caderno, um gráfico da velocidade da luz em função da distância, a contar da fonte **F**.

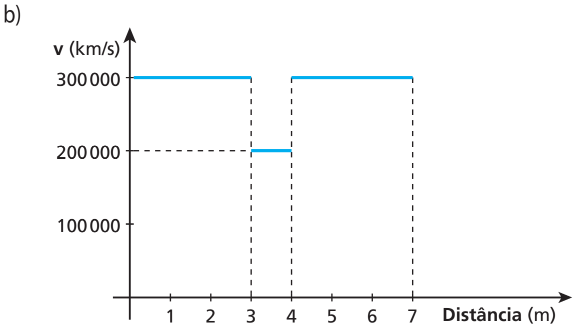
Resolução:

a) $\frac{n_v}{n_{ar}} = \frac{v_{ar}}{v_v} \Rightarrow 1,5 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{v_v} \Rightarrow v_v = 2,0 \cdot 10^8$ m/s

$\Delta t = \frac{\Delta s_1}{v_{ar}} + \frac{\Delta s_2}{v_v} + \frac{\Delta s_3}{v_{ar}} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{3,0 \cdot 10^8} + \frac{1}{2,0 \cdot 10^8} + \frac{3}{3,0 \cdot 10^8}$

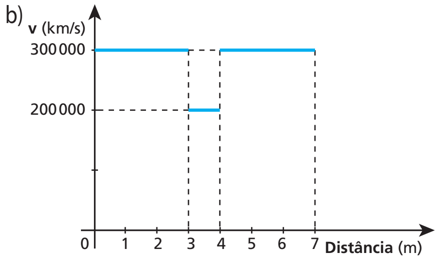
$\boxed{\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}}$

b)

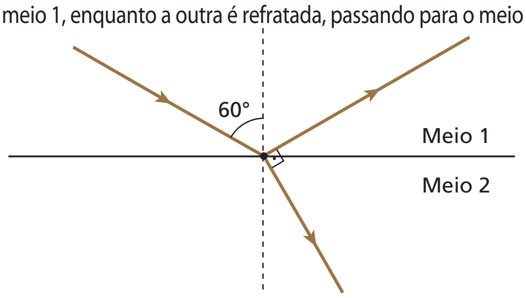


Respostas: a) $2,5 \cdot 10^{-8}$ s

b)



21 A figura seguinte representa um pincel cilíndrico de luz monocromática que, propagando-se num meio 1, incide na fronteira separadora deste com um meio 2. Uma parcela da luz incidente é refletida, retornando ao meio 1, enquanto a outra é refratada, passando para o meio 2.



Sabendo que os pincéis refletido e refratado são perpendiculares entre si, obtenha:

a) os ângulos de reflexão e de refração;
b) o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1.

Resolução:

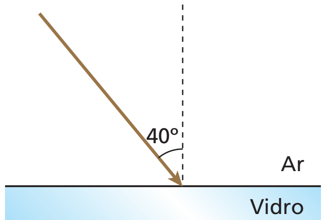
a) O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência: 60°. Como o raio refratado é perpendicular ao refletido, temos que o ângulo de reflexão e o ângulo de refração são complementares. Assim, o ângulo de refração mede 30°.

b) $n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} \Rightarrow n_{2,1} = \frac{\text{sen } 60°}{\text{sen } 30°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$

$\boxed{n_{2,1} = \sqrt{3}}$

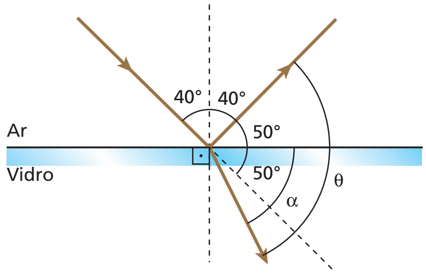
Respostas: a) Ângulo de reflexão: 60; ângulo de refração: 30; b) $\sqrt{3}$

22 (UFPI) Um raio de luz, inicialmente propagando-se no ar, incide sobre uma superfície plana de vidro, conforme a figura abaixo. Parte da luz é refletida e parte é refratada. O ângulo entre o raio refletido e o raio refratado é:



a) menor do que 40°.
b) entre 40° e 50°.
c) entre 50° e 100°.
d) entre 100° e 140°.
e) maior do que 140°.

Resolução:

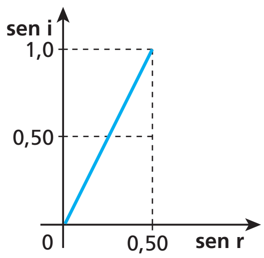


Da figura: $\theta = \alpha + 50°$

Como $\boldsymbol{\alpha}$ é maior que 50° e menor que 90°, θ é maior que 100° e menor que 140°.

Resposta: d

23 Uma mesma luz monocromática passa do vácuo para o interior de uma substância, com diversos ângulos de incidência. Os senos do ângulo de incidência (**i**) e do ângulo de refração (**r**) são dados no gráfico seguinte:



Calcule o índice de refração absoluto dessa substância.

Resolução:

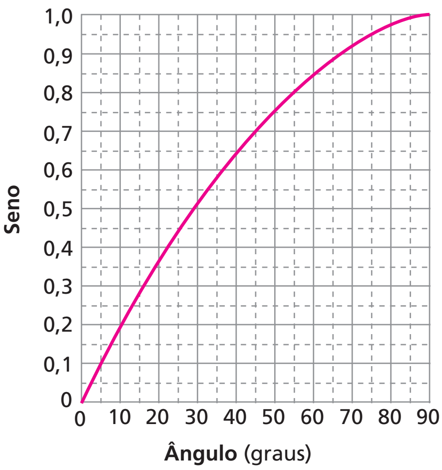
$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_8}{n_0} \Rightarrow \frac{1{,}0}{0{,}50} = \frac{n_9}{1{,}0} \Rightarrow \boxed{n_8 = 2{,}0}$$

Resposta: 2,0

24 (Unicamp-SP) Um mergulhador, dentro do mar, vê a imagem do Sol nascendo numa direção que forma um ângulo agudo (ou seja, menor que 90°) com a vertical.

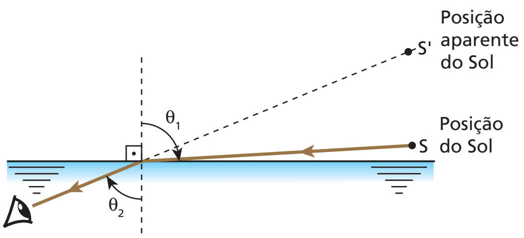
a) Em uma folha de papel, faça um desenho esquemático mostrando um raio de luz vindo do Sol ao nascer e o raio refratado. Represente também a posição aparente do Sol para o mergulhador.

b) Sendo $n = 1{,}33 \simeq \frac{4}{3}$ o índice de refração da água do mar, use o gráfico a seguir para calcular aproximadamente o ângulo entre o raio refratado e a vertical:



Resolução:

a)

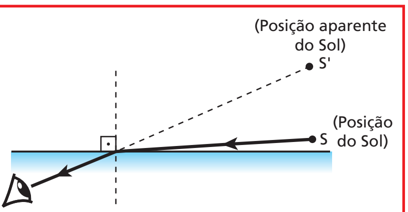


b) $\theta_1 \simeq 90°$

$n_{ar} \text{ sen } \theta_1 = n_{água} \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot 1 \simeq \frac{4}{3} \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 \simeq 0{,}75 \Rightarrow$

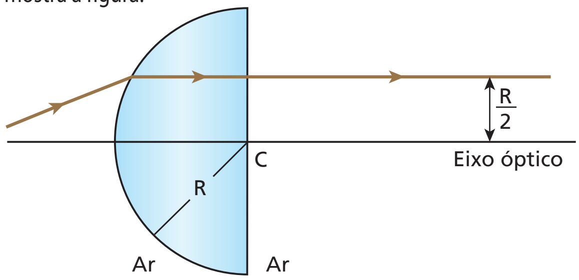
$\boxed{\theta_2 \simeq 50°}$

Respostas: a)



b) 50°

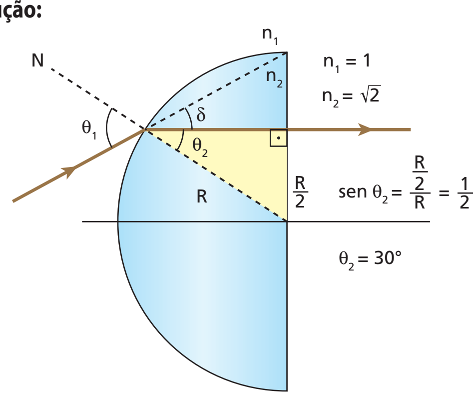
25 (UFRJ) Um raio de luz monocromática, propagando-se no ar, incide sobre a face esférica de um hemisfério maciço de raio **R** e emerge perpendicularmente à face plana, a uma distância $\frac{R}{2}$ do eixo óptico, como mostra a figura:



O índice de refração do material do hemisfério, para esse raio de luz, é $n = \sqrt{2}$.

Calcule o desvio angular sofrido pelo raio ao atravessar o hemisfério.

Resolução:



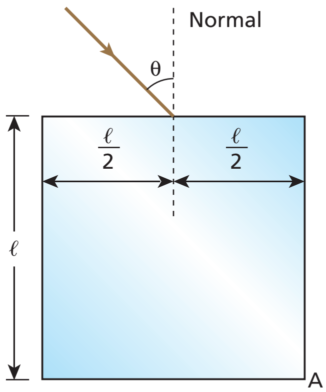
$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2 \Rightarrow$

$1 \text{ sen } \theta_1 = \sqrt{2}\ \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_1 = 45°$

$\delta = \theta_1 - \theta_2 = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta = 15°}$

Resposta: 15°

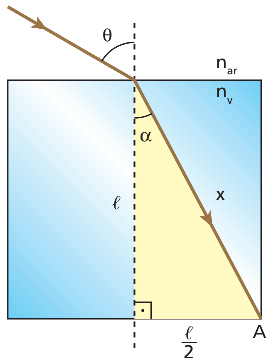
26 (Unifor-CE) Um raio de luz no ar incide num bloco retangular de vidro polido, cujo índice de refração em relação ao ar é $\frac{\sqrt{5}}{2}$, conforme o esquema.



Para que o raio de luz refratado atinja a aresta **A** indicada, o seno do ângulo de incidência **θ** deve ser:

a) $\frac{1}{5}$. b) $\frac{1}{3}$. c) $\frac{1}{2}$. d) $\frac{2}{3}$. e) $\frac{3}{5}$.

Resolução:



$$x^2 = \ell^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{\ell\sqrt{5}}{2}$$

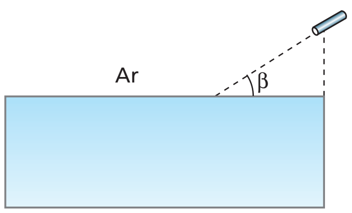
$$\text{sen}\ \alpha = \frac{\frac{\ell}{2}}{x} = \frac{\frac{\ell}{2}}{\frac{\ell\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$n_{ar}\ \text{sen}\ \theta = n_v\ \text{sen}\ \alpha \Rightarrow 1\ \ \text{sen}\ \theta = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\boxed{\text{sen}\ \theta = \frac{1}{2}}$$

Resposta: c

27 (Unicamp-SP) Um tanque de 40 cm de profundidade está completamente cheio de um líquido transparente, de índice de refração n = 1,64. Um raio *laser* incide na superfície do líquido, formando com ela um ângulo β = 35°.

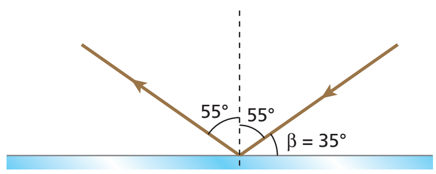


θ	30	35	40	45	50	55	60	65
sen θ	0,50	0,57	0,64	0,71	0,77	0,82	0,87	0,91
tg θ	0,58	0,70	0,84	1,0	1,19	1,43	1,73	2,14

a) Que ângulo o raio refletido forma com a normal à superfície?
b) Se a fonte do *laser* situa-se 14 cm acima da superfície do líquido, localize o ponto iluminado pelo *laser* no fundo do tanque.

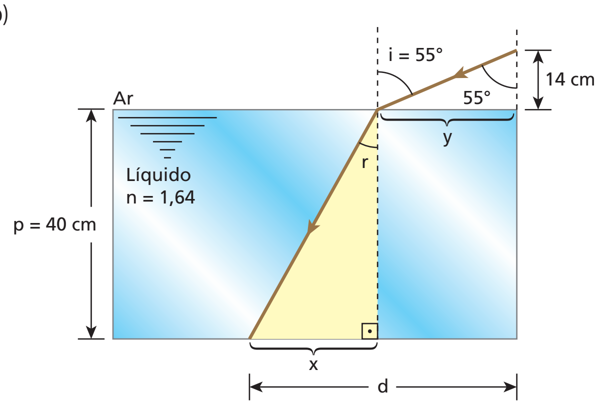
Resolução:

a)



O ângulo que o raio refletido forma com a normal é 90° – 35° = 55°.

b)



n_{ar} sen i = $n_{líq}$ sen r ⇒ 1,0 · 0,82 = 1,64 sen r

sen r = 0,5 ⇒ r = 30°

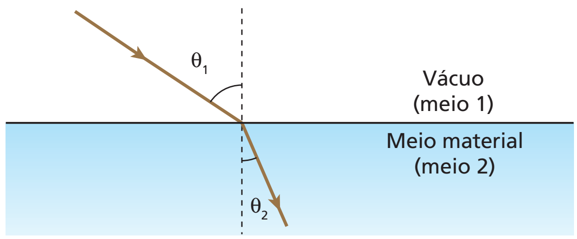
$\text{tg}\ r = \frac{x}{p} \Rightarrow x = 40 \cdot 0{,}58 \Rightarrow x = 23{,}2$ cm

$\text{tg}\ 55° = \frac{y}{14} \Rightarrow y = 14 \cdot 1{,}43 \Rightarrow y = 20{,}0$ cm

Então: d = x + y ⇒ d = 23,2 + 20,0 ⇒ $\boxed{d \simeq 43 \text{ cm}}$

Respostas: a) 55°; b) A 43 cm da parede lateral direita.

28 E.R. Um raio de luz de frequência igual a $6{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz passa do vácuo para um meio material transparente, como ilustra a figura:



Sabendo que sen θ_1 = 0,8, sen θ_2 = 0,6 e que a velocidade da luz no vácuo é v_1 = 300 000 km/s, determine:

a) a velocidade da luz no meio material (v_2);
b) o índice de refração absoluto do meio material;
c) o comprimento de onda dessa luz no vácuo (λ_1) e no meio material (λ_2).

Resolução:

a) Pela Lei de Snell, temos:

$$\frac{\text{sen}\ \theta_1}{\text{sen}\ \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0{,}8}{0{,}6} = \frac{300\,000}{v_2}$$

$$\boxed{v_2 = 225\ 000 \text{ km/s}}$$

b) Temos:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{300\,000}{225\,000} \Rightarrow \boxed{n_2 = 1{,}33}$$

c) Como v = λ f, temos, no vácuo (meio 1):

$$v_1 = \lambda_1 f_1 \Rightarrow 300\ 000 = \lambda_1 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{14}$$

$$\lambda_1 = 5{,}0 \cdot 10^{-10} \text{ km}$$

$$\boxed{\lambda_1 = 5{,}0 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

Lembrando que a frequência não se altera na refração, temos, no meio material (meio 2):

$$v_2 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow 225\,000 = \lambda_2 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{14}$$

$$\lambda_2 = 3{,}8 \cdot 10^{-10} \text{ km}$$

$$\boxed{\lambda_2 = 3{,}8 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

29 Qual o comprimento de onda de uma luz de frequência igual a $4 \cdot 10^{14}$ Hz propagando-se em um meio de índice de refração igual a 1,5?

Dado: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Resolução:

$f = 4 \cdot 10^{14}$ Hz

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1{,}5 = \frac{3 \cdot 10^8}{v} \Rightarrow v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{14}} \Rightarrow \boxed{\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

Resposta: $5 \cdot 10^{-7}$ m

30 (PUC-SP) É dada a tabela:

Material	Índice de refração absoluto
Gelo	1,309
Quartzo	1,544
Diamante	2,417
Rutilo	2,903

É possível observar reflexão total com luz incidindo do:

a) gelo para o quartzo.
b) gelo para o diamante.
c) quartzo para o rutilo.
d) rutilo para o quartzo.
e) gelo para o rutilo.

Resolução:

A reflexão total é possível quando a luz se dirige do meio de índice de refração **maior** para o de índice de refração **menor**.

Resposta: d

31 Quando um feixe de luz, propagando-se no vidro, atinge a fronteira do vidro com o ar, podemos assegurar que ocorre refração? E reflexão?

Resolução:

Como a luz se propaga do meio de índice de refração maior (vidro) para o de menor (ar), **não podemos assegurar que ocorre refração**, pois pode ocorrer a reflexão total.

Entretanto, **podemos assegurar que ocorre reflexão**. Mesmo que ocorra refração, parte da luz incidente na fronteira será refletida.

Resposta: Refração não; reflexão sim.

32 Quando um raio de luz dirige-se de um meio **A** (índice de refração n_A) para um meio **B** (índice de refração n_B):

a) se $n_A > n_B$, o raio certamente sofre reflexão total;
b) se $n_A < n_B$, o raio pode sofrer reflexão total;
c) se $n_A < n_B$, o raio certamente sofre refração e reflexão parcial;
d) se $n_A > n_B$, o raio certamente sofre refração e reflexão parcial;
e) se $n_A = n_B$, o raio aproxima-se da normal.

Resolução:

a) Falsa: a reflexão total só vai ocorrer se o ângulo de incidência for maior que o ângulo-limite ou igual a ele.
b) Falsa.
c) Verdadeira.
d) Falsa, pois pode ocorrer reflexão total.
e) Falsa. Nesse caso (continuidade óptica), o raio sempre atravessa a fronteira entre os meios, sem sofrer desvio.

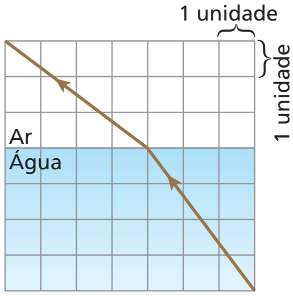
Resposta: c

33 (UEL-PR) As fibras ópticas são largamente utilizadas nas telecomunicações para a transmissão de dados. Nesses materiais, os sinais são transmitidos de um ponto ao outro por meio de feixes de luz que se propagam no interior da fibra, acompanhando sua curvatura. A razão pela qual a luz pode seguir uma trajetória não-retilínea na fibra óptica é consequência do fenômeno que ocorre quando da passagem de um raio de luz de um meio, de índice de refração maior, para outro meio, de índice de refração menor. Com base no texto e nos conhecimentos sobre o tema, indique a alternativa que apresenta os conceitos ópticos necessários para o entendimento da propagação "não-retilínea" da luz em fibras ópticas.

a) Difração e foco.
b) Reflexão total e ângulo-limite.
c) Interferência e difração.
d) Polarização e plano focal.
e) Imagem virtual e foco.

Resposta: b

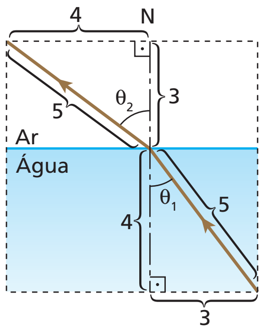
34 E.R. O esquema a seguir representa a refração da luz da água para o ar:



A partir das informações contidas no esquema, determine o seno do ângulo limite do dioptro água-ar para a luz em questão.

Resolução:

Contando as divisões do quadriculado, obtemos:



Usando a Lei de Snell:

$$n_{água} \text{ sen } \theta_1 = n_{ar} \text{ sen } \theta_2$$

$$n_{água} \cdot \frac{3}{5} = n_{ar} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{3}{4}$$

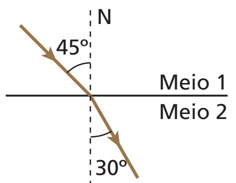
O seno do ângulo limite é dado por:

$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$$

Então, como n_{ar} é menor que $n_{água}$:

$$\text{sen } L = \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\text{sen } L = 0{,}75}$$

35 (UEL-PR) Um raio de luz se propaga do meio 1, cujo índice de refração vale $\sqrt{2}$, para o meio 2, seguindo a trajetória indicada na figura abaixo:



Dados: sen 30° = $\frac{1}{2}$; sen 45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$; sen 60°= $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

O ângulo-limite para esse par de meios vale:

a) 90°.
b) 60°.
c) 45°.
d) 30°.
e) zero.

Resolução:

Resolução: • n_1 é menor que n_2.

• $n_1 \text{ sen } 45° = n_2 \text{ sen } 30° \Rightarrow n_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

• $\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{L = 45°}$

Resposta: c

36 E.R. Um raio de luz monocromática propaga-se em um vidro de índice de refração igual a $\sqrt{2}$ e incide na fronteira plana entre o vidro e o ar sob ângulo de incidência igual a 60°. Descreva o fenômeno que ocorre com o raio nessa fronteira.

Resolução:

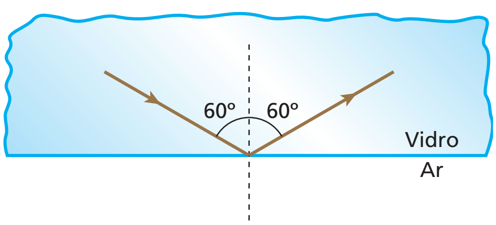
Observe que o raio incidente dirige-se do meio mais refringente (vidro) para o menos refringente (ar). Por isso, é possível que ocorra reflexão total.

Calculando o ângulo-limite na fronteira:

$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_{ar}}{n_{água}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow L = 45°$$

Como o ângulo de incidência (60°) é maior que o ângulo-limite (45°), concluímos que:

O raio de luz sofre reflexão total na fronteira.



Nota:

• A ocorrência da reflexão total pode também ser constatada pela Lei de Snell, uma vez que sua aplicação nos leva a um absurdo. Aplicando essa lei, temos:

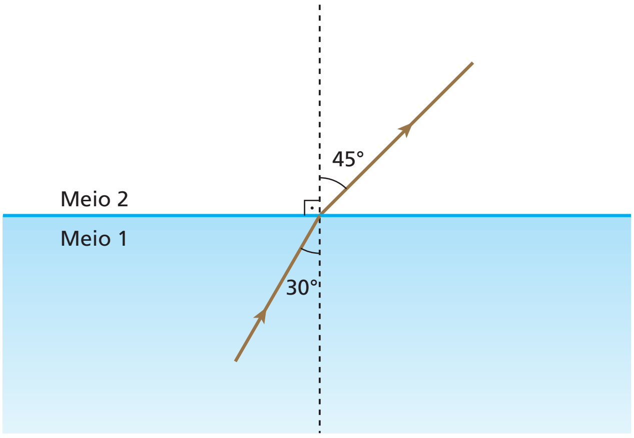
$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

$$\sqrt{2} \text{ sen } 60° = 1 \text{ sen } \theta_2$$

$$\text{sen } \theta_2 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} > 1, \text{ o que é um absurdo.}$$

A aplicação da Lei de Snell pressupõe a ocorrência do fenômeno da refração. Quando ela nos leva a um absurdo, devemos entender que o fenômeno que se supõe ocorrer (refração) na realidade não ocorre. A luz sofre, portanto, reflexão total.

37 Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira entre os meios 1 e 2, como representa a figura a seguir:



Determine o que ocorreria se o ângulo de incidência, em vez de 30°, fosse igual a 45°.

Resolução:

• $n_1 \text{ sen } 30° = n_2 \text{ sen } 45° \Rightarrow n_1 \cdot \frac{1}{2} = n_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

• $\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow L = 45°$

• Se o ângulo de incidência fosse igual a 45°, ou seja, igual a **L**, ocorreria **reflexão total**.

Resposta: Reflexão total.

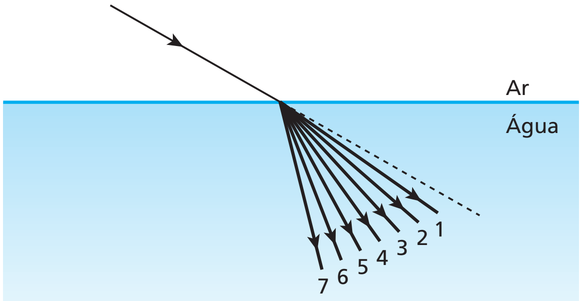
38 Considere dois blocos, um de vidro e outro de diamante, de mesmo formato e igualmente lapidados, imersos no ar. Sabe-se que o índice de refração do diamante é maior que o do vidro. Sendo igualmente iluminados:

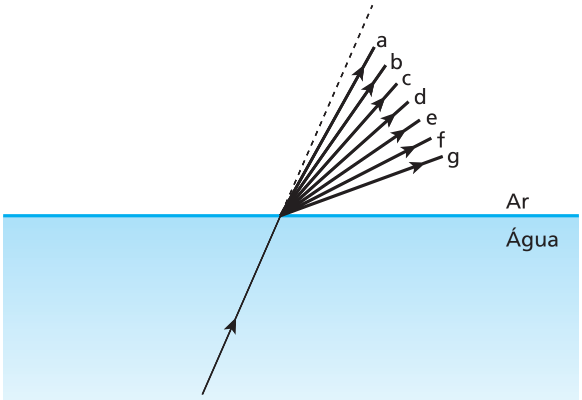
a) o diamante brilha mais, porque o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira vidro-ar, o que favorece a reflexão da luz internamente no diamante;
b) o diamante brilha mais, porque o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é maior que na fronteira vidro-ar;
c) o diamante brilha mais, porque a luz se propaga em seu interior com velocidade maior que no interior do vidro;
d) o vidro brilha mais, porque ele é mais refringente que o diamante;
e) o vidro e o diamante brilham igualmente.

Resolução:
Como o índice de refração do diamante é maior que o do vidro, o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira vidro-ar. Assim, raios de luz propagando-se do diamante para o ar tem maior probabilidade de sofrerem reflexão total na fronteira, o que faz o diamante brilhar mais que o vidro.

Resposta: a

39 As figuras seguintes mostram um pincel cilíndrico de luz branca solar passando do ar para a água e da água para o ar, decompondo-se nas sete cores básicas:





Identifique:
a) os raios de luz vermelha;
b) os raios de luz violeta;
c) os raios de luz verde.

Respostas: a) 1 e *a*; b) 7 e *g*; c) 4 e *d*

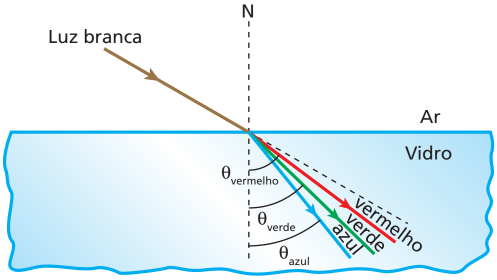
40 (UFRGS-RS) A tabela apresenta os valores do índice de refração do vidro *flint*, em relação ao ar, para diversas cores da luz visível:

Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Vermelho
1,607	1,594	1,581	1,575	1,569

Um feixe de luz branca, proveniente do ar, atinge obliquamente uma lâmina desse vidro, com um ângulo de incidência bem determinado. O feixe sofre dispersão ao ser refratado nessa lâmina, separando-se nas diversas cores que o compõem. Qual das alternativas estabelece uma relação correta para os correspondentes ângulos de refração das cores vermelho, verde e azul, respectivamente?

a) $\theta_{vermelho} > \theta_{verde} > \theta_{azul}$
b) $\theta_{vermelho} > \theta_{verde} = \theta_{azul}$
c) $\theta_{vermelho} = \theta_{verde} < \theta_{azul}$
d) $\theta_{vermelho} < \theta_{verde} < \theta_{azul}$
e) $\theta_{vermelho} < \theta_{verde} > \theta_{azul}$

Resolução:
O ângulo de refração será tanto maior quanto menor o índice de refração do vidro para a cor considerada:



$\Rightarrow \theta_{vermelho} > \theta_{verde} > \theta_{azul}$

Resposta: a

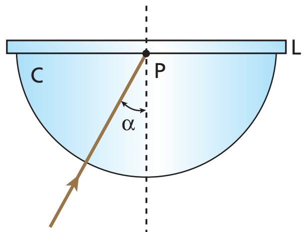
41 Quais os fenômenos ópticos que determinam a ocorrência do arco-íris?

Resposta: Refração, acompanhada de dispersão, e reflexão.

42 As estrelas cintilam porque:
a) acendem e apagam alternadamente;
b) o índice de refração da atmosfera cresce com a altitude;
c) o índice de refração da atmosfera diminui com a altitude;
d) ocorrem reflexões em seu interior, enquanto elas se movem;
e) os valores dos índices de refração nos diversos pontos da atmosfera não são estáveis e a intensidade da luz que recebemos delas é muito pequena.

Resposta: e

43 (ITA-SP) Para a determinação do índice de refração (n_1) de uma lâmina de vidro (**L**), foi usado o dispositivo da figura, em que **C** representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração n_2 = 1,80. Um feixe fino de luz monocromática incide no ponto **P**, sob um ângulo **α**, no plano do papel.



Observa-se que, para $\alpha \geqslant 45°$, o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de n_1?

Resolução:
Sendo de 45° o ângulo-limite do dioptro C – L, temos:

$$\text{sen } L = \frac{n_L}{n_C} \Rightarrow \text{sen } 45° = \frac{n_L}{1{,}80} \Rightarrow \boxed{n_L = 1{,}27}$$

Resposta: 1,27

44 Determinada luz monocromática apresenta velocidade de $2,3 \cdot 10^8$ m/s na água e $2,0 \cdot 10^8$ m/s em certo tipo de vidro. O que ocorre quando um raio dessa luz, propagando-se no vidro, incide na fronteira do vidro com a água sob ângulo de incidência de 70°?

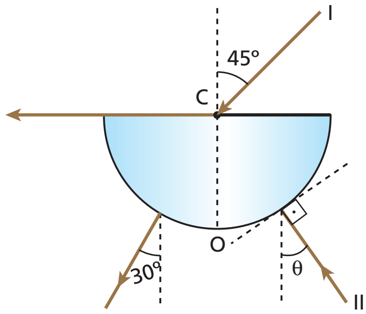
Resolução:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{água}}}{n_{\text{vidro}}} = \frac{v_{\text{vidro}}}{v_{\text{água}}} = \frac{2,0 \cdot 10^8}{2,3 \cdot 10^8} \Rightarrow \text{sen } L = 0,87 \Rightarrow L = 60°$$

Como $70° > 60° \Rightarrow$ $\boxed{\text{Reflexão total}}$

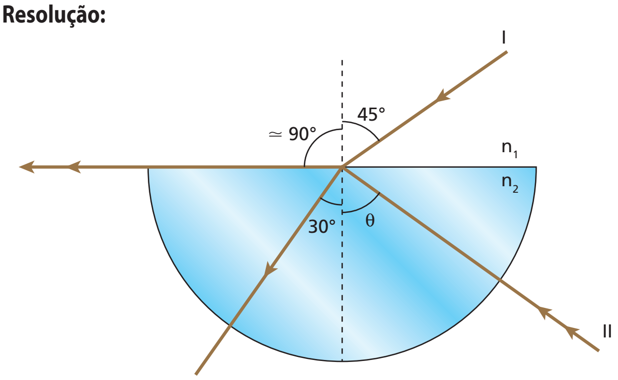
Resposta: Reflexão total.

45 (Fuvest-SP) Um raio de luz I, no plano da folha, incide no ponto **C** do eixo de um semicilindro de plástico transparente, segundo um ângulo de 45° com a normal OC à face plana. O raio emerge pela superfície cilíndrica segundo um ângulo de 30° com a direção de OC. Um raio II incide perpendicularmente à superfície cilíndrica formando um ângulo **θ** com a direção OC e emerge com direção praticamente paralela à face plana.



Podemos concluir que:
a) $\theta = 0°$.
b) $\theta = 30°$.
c) $\theta = 45°$.
d) $\theta = 60°$.
e) a situação proposta no enunciado não pode ocorrer.

Resolução:



Para o raio I:

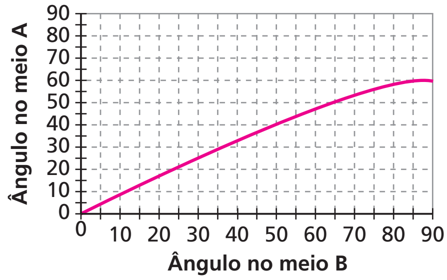
$$n_1 \text{ sen } 45° = n_2 \text{ sen } 30° \Rightarrow n_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 = n_1 \sqrt{2}$$

Para o raio II:

$$n_2 \text{ sen}\theta \simeq n_1 \text{ sen } 90° \Rightarrow n_1 \sqrt{2} \text{ sen } \theta \simeq n_1 \ 1 \Rightarrow \text{sen } \theta \simeq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\theta \simeq 45°}$$

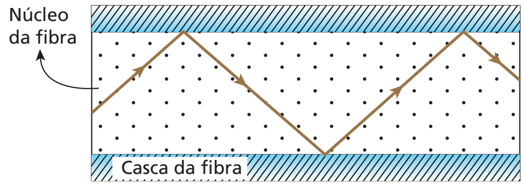
Resposta: c

46 (Unifesp-SP) O gráfico mostra a relação entre os ângulos de incidência e de refração entre dois materiais transparentes e homogêneos, quando um raio de luz incide sobre a superfície de separação entre esses meios, qualquer que seja o sentido do percurso.
Se esses materiais fossem utilizados para produzir a casca e o núcleo de fibras ópticas, deveria compor o núcleo da fibra o meio:



a) **A**, por ser o mais refringente.
b) **B**, por ser o menos refringente.
c) **A**, por permitir ângulos de incidência maiores.
d) **B**, porque nele a luz sofre maior desvio.
e) **A** ou **B**, indiferentemente, porque nas fibras ópticas não ocorre refração.

Resolução:
Um raio de luz propagando-se no núcleo da fibra deve sofrer reflexão total ao incidir na fronteira núcleo-casca:



Para isso, o material do núcleo precisa ser **mais refringente** que o da casca.
No gráfico dado, percebemos que, no caso de haver refração, θ_B (ângulo do meio **B**) é sempre maior que θ_A (ângulo no meio **A**):

$n_A \text{ sen } \theta_A = n_B \text{ sen } \theta_B$

$\text{sen } \theta_B > \text{sen } \theta_A$

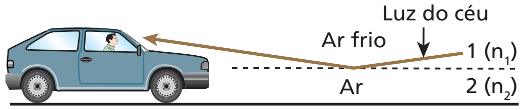
Logo: $\boxed{n_A > n_B}$

Resposta: a

47 O índice de refração constitui um eficiente critério para a identificação de uma pedra preciosa e, consequentemente, para a apuração de sua autenticidade. O índice de refração pode ser determinado por aparelhos denominados refratômetros, mas também é possível determiná-lo pelo método de imersão, que consiste em mergulhar a pedra em um líquido de índice de refração conhecido e observá-la. Para isso são fabricados líquidos de índices de refração que variam de 1,5 até valores superiores a 2,0.
As turmalinas, principalmente a variedade denominada rubelita, em geral possuem muitas fraturas internas, que são preenchidas de gás e provocam notáveis reflexões com a incidência da luz.
a) Para determinar o índice de refração por imersão, procura-se o líquido no qual a pedra "desaparece". O que se pode concluir sobre o índice de refração da pedra?
b) Por que ocorrem intensas reflexões nas fraturas das turmalinas?

Respostas: a) É igual ou aproximadamente igual ao do líquido; b) Principalmente porque muitos raios de luz, dirigindo-se do cristal para o gás da fratura, sofrem reflexão total da fronteira cristal-gás.

48 (Unicamp-SP – mod.) Um tipo de miragem muito comum nos leva a pensar que há água no chão de uma estrada. O que vemos é, na verdade, a reflexão da luz do céu por uma camada de ar quente próxima ao solo. Isso pode ser explicado por um modelo simplificado como o da figura abaixo, em que **n** representa o índice de refração. Numa camada próxima ao solo, o ar é aquecido e assim seu índice de refração n_2 se reduz.
Considere a situação na qual o ângulo de incidência é de 84°. Adote $n_1 = 1{,}010$ e use a aproximação sen 84° = 0,995.



a) Qual deve ser o máximo valor de n_2 para que a miragem seja vista? Dê a resposta com três casas decimais.
b) Em qual das camadas (1 ou 2) a velocidade da luz é maior?

Resolução:

a) Sendo **L** o ângulo-limite e considerando que deva haver reflexão total, temos:

$84° \geqslant L \Rightarrow \text{sen } 84° \geqslant \text{sen } L$

$\text{sen } 84° \geqslant \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 \leqslant n_1 \text{ sen } 84°$

$n_2 \leqslant 1{,}010 \cdot 0{,}995 \Rightarrow \boxed{n_{2_{máx}} = 1{,}005}$

b) O índice de refração **n** de um meio em que a luz se propaga com velocidade **v** é dado por: $n = \frac{c}{v}$.

Então, como n_2 é menor que n_1, temos: $\boxed{v_2 > v_1 \text{ (camada 2)}}$

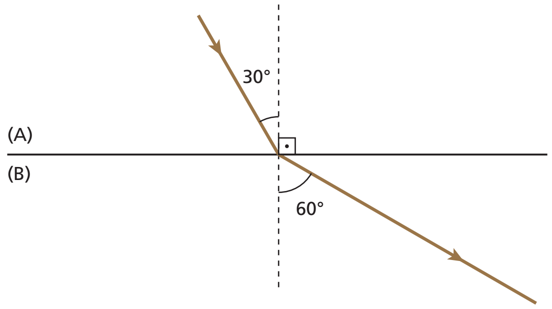
Nota: Não é necessário ocorrer reflexão total para que a miragem seja percebida. Como o poder refletor de uma superfície aumenta com o ângulo de incidência, podemos ver uma boa miragem antes que esse ângulo atinja o valor limite.

Respostas: a) 1,005; b) Na camada 2

49 Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira plana entre dois meios **A** e **B**, de **A** para **B**, com ângulo de incidência igual a 30° e ângulo de refração igual a 60°. Determine:

a) o comportamento de um raio de luz de mesma frequência, que se dirige de **A** para **B** com ângulo de incidência de 60°;
b) o comportamento de um raio de luz de mesma frequência, que forma no meio **B** um ângulo de 30° com a normal e dirige-se de **B** para **A**.

Resolução:



$n_A \text{ sen } 30° = n_B \text{ sen } 60° \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \sqrt{3}$

a) $\frac{\text{sen } \theta_B}{\text{sen} \theta_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{\text{sen } \theta_B}{\text{sen } 60°} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{sen } \theta_B = 1{,}5$ (absurdo!)

$\boxed{\text{Reflexão total}}$

b) $\frac{\text{sen } \theta'_B}{\text{sen } \theta'_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{\text{sen } 30°}{\text{sen} \theta'_A} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{sen } \theta'_A = \frac{\sqrt{3}}{6}$

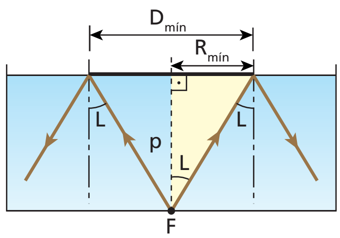
O raio refrata-se para o meio **A** aproximando-se da normal, formando com a citada reta um ângulo θ'_A, dado por $\theta'_A = \text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{6}$. Devemos observar, entretanto, que parte da luz incidente é refletida, retornando ao meio **B**.

Respostas: a) Sofre reflexão total na fronteira entre **A** e **B**; b) Sofre refração com ângulo de refração de arc sen $\frac{\sqrt{3}}{6}$, além de reflexão parcial na fronteira entre **B** e **A**.

50 **E.R.** No fundo de um tanque de profundidade **p** igual a 2,0 m há uma fonte de luz **F**, considerada pontual. O tanque é, então, preenchido com um líquido de índice de refração absoluto $\sqrt{2}$, em cuja superfície é posto a flutuar um disco opaco, circular e de centro pertencente à vertical que passa por **F**. Calcule o mínimo diâmetro que o disco deve ter para que observadores situados no ar não consigam ver a fonte **F**. As paredes do tanque são opacas.

Resolução:

Os raios emitidos por **F**, e que incidem na fronteira líquido-ar sob ângulos de incidência maiores que o ângulo-limite **L** ou iguais a ele, sofrem reflexão total e, portanto, não emergem para o ar. Assim, apenas um cone de luz proveniente de **F** é capaz de emergir para o ar. Entretanto, esse cone não emergirá se a superfície do líquido for coberta por um material opaco. E a figura mostra o disco de diâmetro mínimo ($D_{mín}$) capaz de fazer isso:



Calculando o ângulo-limite **L**:

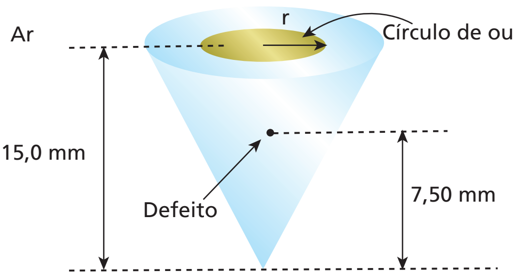
$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{n_{ar}}{n_{líquido}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow L = 45°$$

No triângulo retângulo destacado, temos:

$$\text{tg } L = \frac{R_{mín}}{p} \Rightarrow \text{tg } 45° = \frac{R_{mín}}{2{,}0} \Rightarrow 1 = \frac{R_{mín}}{2{,}0} \Rightarrow R_{mín} = 2{,}0 \text{ m}$$

Portanto: $\boxed{D_{mín} = 4{,}0 \text{ m}}$

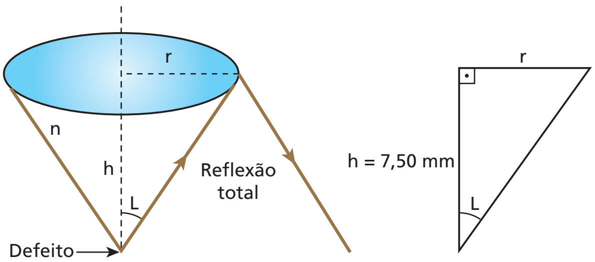
51 (UFPE) Uma pedra preciosa cônica, de 15,0 mm de altura e índice de refração igual a 1,25, possui um pequeno ponto defeituoso sobre o eixo do cone a 7,50 mm de sua base. Para esconder esse ponto de quem olha de cima, um ourives deposita um pequeno círculo de ouro na superfície. A pedra preciosa está incrustada em uma joia de forma que sua área lateral não está visível. Qual deve ser o menor raio **r**, em mm, do círculo de ouro depositado pelo ourives?



Resolução:

Sendo **L** o ângulo-limite na fronteira pedra-ar:

$$\text{sen } L = \frac{n_{menor}}{n_{maior}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \text{sen } L = \frac{1}{1{,}25} = \frac{4}{5}$$



No triângulo retângulo destacado:

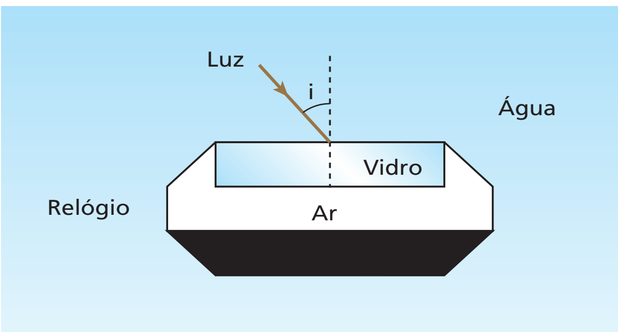
$$\text{tg } L = \frac{r}{h} \Rightarrow \frac{\text{sen } L}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 L}} = \frac{r}{h}$$

$$r = \frac{h \text{ sen } L}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 L}} = \frac{7{,}50 \cdot \frac{4}{5}}{\sqrt{1 - \frac{16}{25}}} = \frac{7{,}50 \cdot \frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}$$

$\boxed{r = 10 \text{ mm}}$ (raio mínimo)

Resposta: 10 mm

52 Alguns alunos contaram a um professor de Física que os mostradores de seus relógios pareciam belos espelhos quando observados de certas posições, durante um mergulho. Aberta a discussão para a análise do fenômeno, um aluno lembrou que sob o vidro do mostrador existe ar e que o fenômeno era devido à reflexão total na interface vidro-ar.



Determine para que valores do ângulo de incidência **i** ocorre o fenômeno descrito.

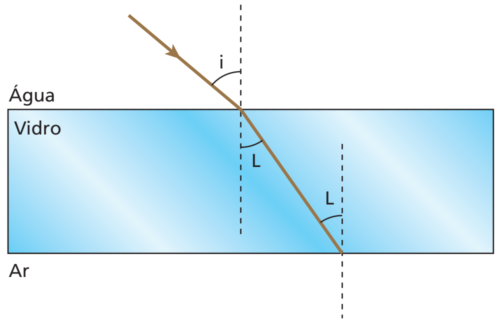
Dados: índice de refração do ar = 1,0;
índice de refração da água = 1,3;
índice de refração do vidro = 1,4;

sen 45° = 0,71;	sen 48° = 0,74;
sen 46° = 0,72;	sen 49° = 0,75;
sen 47° = 0,73;	sen 50° = 0,77.

Resolução:

Ângulo-limite na fronteira vidro-ar:

$$\text{sen } L = \frac{n_{ar}}{n_{vidro}} = \frac{1{,}0}{1{,}4}$$



$$n_{água} \text{ sen } i = n_{vidro} \text{ sen } L$$

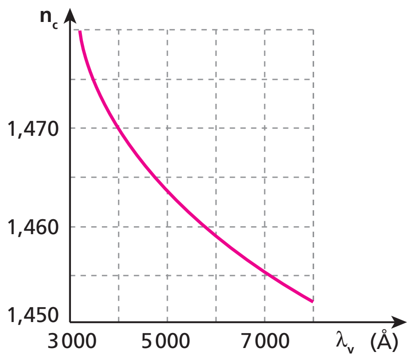
$$\text{sen } i = \frac{1{,}4 \cdot \frac{1{,}0}{1{,}4}}{1{,}3} = 0{,}77$$

$\boxed{i \simeq 50°}$

Então: $\boxed{\text{A reflexão total ocorre para } i \geqslant 50°.}$

Resposta: $i \geqslant 50°$

53 O gráfico abaixo fornece o índice de refração n_c de um cristal em função do comprimento de onda da luz, λ_v, medido no vácuo. Considere c = 3,00 · 10⁸ m/s a velocidade de propagação da luz no vácuo.



a) Com que velocidade v_c a luz de comprimento de onda λ_v = 4 000 Å se propaga no cristal?
b) Determine o comprimento de onda λ_c da luz de comprimento de onda λ_v = 4 000 Å, quando se propaga no cristal.
c) Um estreito feixe cilíndrico de luz de comprimento de onda λ_v = 4 000 Å, propagando-se no vácuo, incide na face plana de um bloco desse cristal, com ângulo de incidência θ_v = 30°. Determine o ângulo de refração correspondente (θ_c).

Resolução:

a) $n_c = 1,470$

$$\frac{v_c}{v_v} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{v_c}{c} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{v_c}{3,00 \cdot 10^8} = \frac{1,00}{1,470} \Rightarrow \boxed{v_c \simeq 2,04 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

b)

$$\frac{\lambda_c}{\lambda_v} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{\lambda_c}{4\,000} = \frac{1,00}{1,470} \Rightarrow \boxed{\lambda_c \simeq 2\,721 \text{ Å}}$$

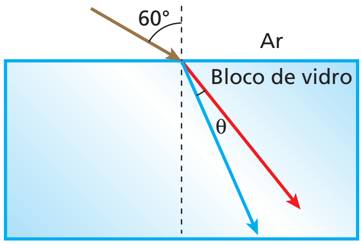
c) $n_v \text{ sen } \theta_v = n_c \text{ sen } \theta_c \Rightarrow 1,00 \cdot \frac{1}{2} = 1,470 \text{ sen } \theta_c \Rightarrow \text{sen } \theta_c \simeq 0,34$

$$\boxed{\theta_c \simeq \text{arc sen } 0,34}$$

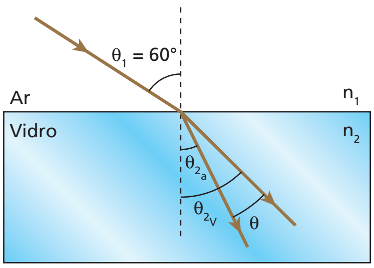
Respostas: a) $v_c \simeq 2,04 \cdot 10^8$ m/s; b) $\lambda_c \simeq 2\,721$ Å; c) $\theta_c \simeq$ arc sen 0,34

54 (UFPE) Um feixe de luz, ao incidir sobre uma superfície plana de um bloco de vidro, se abre num leque multicor de luz cujo ângulo de abertura **θ** é limitado pelas componentes azul e vermelha do feixe. Utilizando a tabela que dá os índices de refração do vidro em relação ao ar, para várias cores, calcule o valor de **θ**, em graus (sen 60° ≃ 0,866 e sen 45° ≃ 0,707).

Cor	Índice de refração
Azul	1,732
Verde	1,643
Amarela	1,350
Vermelha	1,225



Resolução:



- $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_{2_v} \text{ sen } \theta_{2_v} \Rightarrow \text{sen } \theta_{2_v} = \frac{n_1 \text{ sen } \theta_1}{n_{2_v}} \Rightarrow \text{sen } \theta_{2_v} = \frac{1,0 \cdot 0,866}{1,225}$

  $\text{sen } \theta_{2_v} = 0,707 \Rightarrow \theta_{2_v} = 45°$

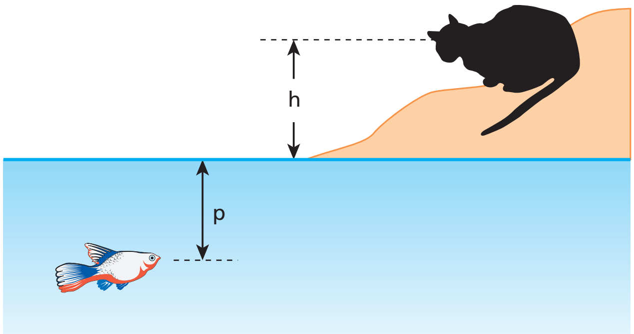
- $n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_{2_a} \text{ sen } \theta_{2_a} \Rightarrow \text{sen } \theta_{2_a} = \frac{n_1 \text{ sen } \theta_1}{n_{2_a}} \Rightarrow \text{sen } \theta_{2_a} = \frac{1,0 \cdot 0,866}{1,732}$

  $\text{sen } \theta_{2_a} = 0,5 \Rightarrow \theta_{2_a} = 30°$

- $\theta = \theta_{2_v} - \theta_{2_a} = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\theta = 15°}$

Resposta: 15°

55 Na figura a seguir, em relação à superfície da água:



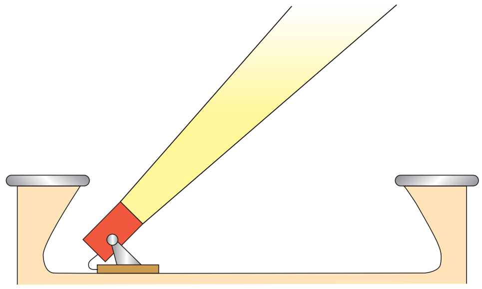
a) o peixe vê o gato a uma altura maior ou menor que **h**?
b) o gato vê o peixe a uma profundidade maior ou menor que **p**?

Resolução:

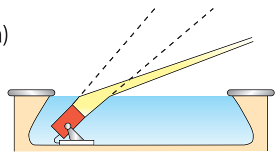
Nos dois casos, observa-se uma elevação aparente do objeto.
Assim, o peixe vê o gato a uma altura maior que **h** e o gato vê o peixe a uma profundidade menor que **p**.

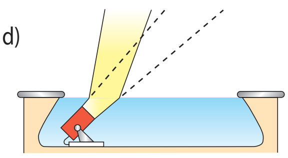
Respostas: a) Maior; b) Menor

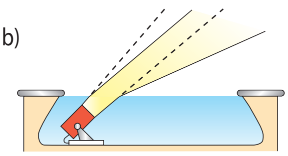
56 (UFSCar-SP) Um canhão de luz foi montado no fundo de um laguinho artificial. Quando o lago se encontra vazio, o feixe produzido corresponde ao representado na figura.

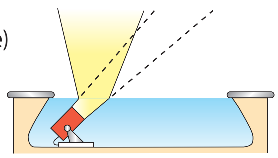


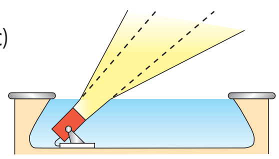
Quando cheio de água, uma vez que o índice de refração da luz na água é maior que no ar, o esquema que melhor representa o caminho a ser seguido pelo feixe de luz é:

a)


d)


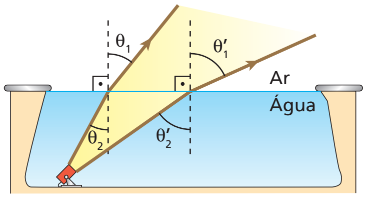
b)


e)


c)


Resolução:

• Os raios que incidem obliquamente na fronteira água-ar, sofrendo refração, afastam-se da normal porque o índice de refração do ar é menor que o da água:



$$\left.\begin{aligned}\frac{\text{sen}\theta'_2}{\text{sen}\theta'_1} &= \frac{n_{ar}}{n_{água}}\\[2ex] \frac{\text{sen}\theta_2}{\text{sen}\theta_1} &= \frac{n_{ar}}{n_{água}}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\text{sen}\theta'_2}{\text{sen}\theta'_1} = \frac{\text{sen}\theta_2}{\text{sen}\theta_1}$$

Como θ'_2 é maior que θ_2, concluímos que θ'_1 também é maior que θ_1.

Resposta: b

57 No fundo de uma piscina, há uma pedrinha a 2,0 m de profundidade. Considerando igual a $\frac{4}{3}$ o índice de refração da água, qual a profundidade aparente dessa pedra para uma pessoa que se encontra fora da água, nas vizinhanças da vertical que passa pela pedra?

Resolução:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} = \frac{n_{ar}}{n_{água}}$$

$$\frac{d'}{2,0} = \frac{1,0}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{d' = 1,5 \text{ m}}$$

Resposta: 1,5 m

58 Um mergulhador imerso nas águas de um lago observa um avião no instante em que ambos estão aproximadamente na mesma vertical. O avião está 300 m acima da superfície da água, cujo índice de refração é igual a $\frac{4}{3}$. A que altura da superfície da água o avião aparenta estar em relação ao mergulhador?

Resolução:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} = \frac{n_{água}}{n_{ar}} =$$

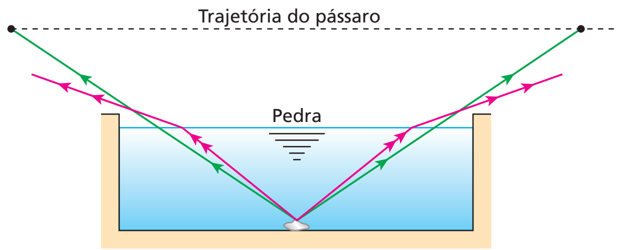
$$\frac{d'}{300} = \frac{\frac{4}{3}}{1,0} \Rightarrow \boxed{d' = 400 \text{ m}}$$

Resposta: 400 m

59 (Fuvest-SP) Um pássaro sobrevoa em linha reta e a baixa altitude uma piscina em cujo fundo se encontra uma pedra. Podemos afirmar que:

a) com a piscina cheia, o pássaro poderá ver a pedra durante um intervalo de tempo maior do que se a piscina estivesse vazia.
b) com a piscina cheia ou vazia, o pássaro poderá ver a pedra durante o mesmo intervalo de tempo.
c) o pássaro somente poderá ver a pedra enquanto estiver voando sobre a superfície da água.
d) o pássaro, ao passar sobre a piscina, verá a pedra numa posição mais profunda do que aquela em que ela realmente se encontra.
e) o pássaro nunca poderá ver a pedra.

Resolução:



A figura mostra que, com a piscina cheia, o pássaro poderá ver a pedra durante um intervalo de tempo maior que o intervalo de tempo que a veria se a piscina estivesse vazia.

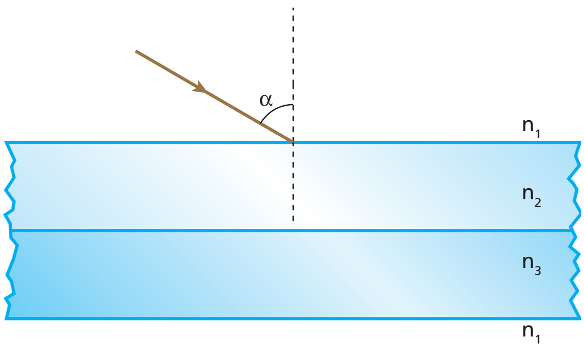
Resposta: a

60 Um raio de luz monocromática propaga-se no ar e incide numa lâmina de vidro de faces paralelas, totalmente envolvida pelo ar. Pode-se afirmar que:

a) o raio emergente tem direção diferente da direção do raio incidente;
b) pode ocorrer reflexão total da luz na segunda incidência;
c) o raio emergente sempre se apresenta lateralmente deslocado em relação ao raio incidente;
d) o deslocamento lateral da luz pode ser maior que a espessura da lâmina;
e) o deslocamento lateral da luz fica determinado pelo ângulo de incidência, pelo índice de refração e pela espessura da lâmina.

Resposta: e

61 No arranjo representado na figura, temos duas lâminas de faces paralelas transparentes e sobrepostas. Os materiais de que são feitas as lâminas têm índices de refração n_2 e n_3, enquanto o meio que envolve o sistema tem índice de refração n_1, tal que $n_3 > n_2 > n_1$.



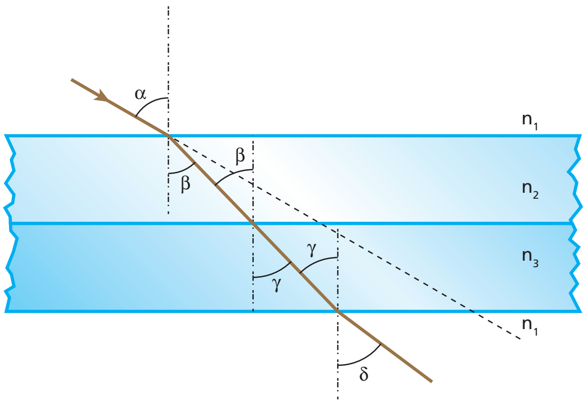
Um raio luminoso monocromático incide na lâmina superior com um ângulo **α**. Determine:

a) o ângulo de emergência da luz na lâmina inferior ao abandonar o conjunto de lâminas;

b) se esse ângulo de emergência depende dos materiais das lâminas, respeitadas as condições do enunciado.

Resolução:

a)



1ª refração: $n_1 \text{ sen } \alpha = n_2 \text{ sen } \beta$

2ª refração: $n_2 \text{ sen } \beta = n_3 \text{ sen } \gamma$

3ª refração: $n_3 \text{ sen } \gamma = n_1 \text{ sen } \delta$

$n_1 \text{ sen } \alpha = n_2 \text{ sen } \beta = n_3 \text{ sen } \gamma = n_1 \text{ sen } \delta$

$n_1 \text{ sen } \delta = n_1 \text{ sen } \alpha \Rightarrow \text{sen } \delta = \text{sen } \alpha$

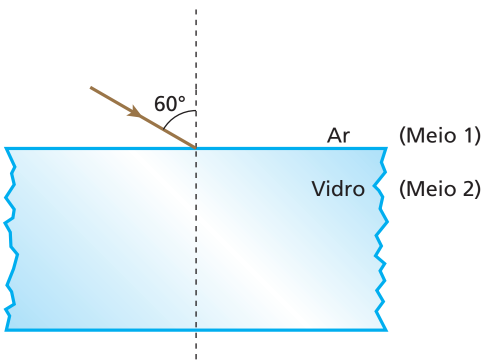
$\boxed{\delta = \alpha}$

A luz emerge sob um ângulo **a**.

b) Respeitadas as condições do enunciado, temos que $\delta = \alpha$, independentemente dos materiais das lâminas.

Respostas: a) α; b) Não depende

62 E.R. Sobre uma lâmina de vidro de 4,0 cm de espessura e índice de refração $\sqrt{3}$, mergulhada no ar, incide um raio de luz monocromática, como ilustra a figura:



Calcule o deslocamento lateral do raio emergente em relação ao raio incidente.

Resolução:

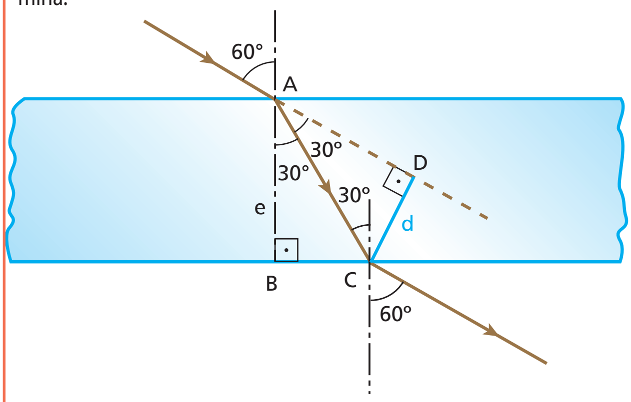
Pela Lei de Snell, calculamos o primeiro ângulo de refração:

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

Sendo $n_1 = 1$, $\text{sen } \theta_1 = \text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $n_2 = \sqrt{3}$, temos:

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$$

Representemos, então, a trajetória do raio até que ele emerja da lâmina:



No triângulo ABC, temos e = 4,0 cm e podemos escrever:

$$\cos 30° = \frac{e}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4{,}0}{AC} \Rightarrow AC = \frac{8{,}0}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

No triângulo ADC, temos:

$$\text{sen } 30° = \frac{d}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d}{\frac{8{,}0}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \boxed{d = 2{,}3 \text{ cm}}$$

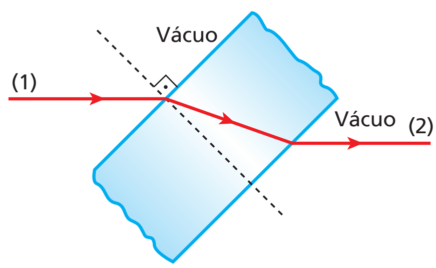
Nota:

• Uma vez calculado $\theta_2 = 30°$, poderíamos obter o deslocamento lateral pela aplicação direta da fórmula deduzida na teoria:

$$d = \frac{e \text{ sen } (\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2} = \frac{4{,}0 \text{ sen } (60° - 30°)}{\cos 30°}$$

$$d = \frac{4{,}0 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \boxed{d = 2{,}3 \text{ cm}}$$

63 Na figura, temos uma lâmina de faces paralelas de quartzo fundido. O índice de refração do quartzo fundido é igual a 1,470 para a luz violeta e 1,455 para a luz vermelha. O raio 1, de luz monocromática vermelha proveniente do vácuo, incide na lâmina, emergindo dela segundo o raio 2:



Se o raio 1 fosse de luz monocromática violeta, o raio emergente da lâmina:

a) estaria acima do raio 2 e continuaria paralelo ao raio 1;

b) estaria abaixo do raio 2 e continuaria paralelo ao raio 1;

c) seria coincidente com o raio 2;

d) não seria paralelo ao raio 1;

e) talvez não existisse.

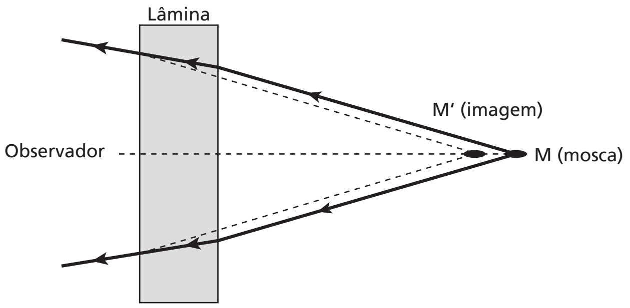
Resposta: b

64 Quando observamos uma mosca através de uma vidraça comum (lâmina de faces paralelas), o que vemos, na realidade, é a imagem da mosca, conjugada pela lâmina.

a) Essa imagem é real ou virtual?

b) A distância entre nós e a imagem é maior ou menor que a distância entre nós e a mosca?

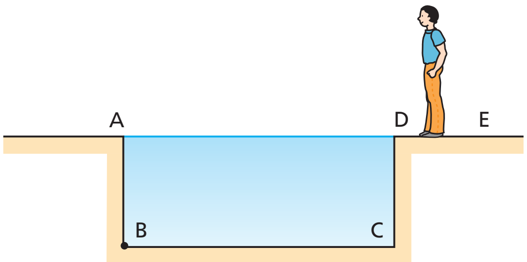
Resolução:



A imagem é virtual e está mais próxima do observador que a mosca.

Respostas: a) Virtual; b) Menor

65 (PUC-SP) No esquema, ABCD representa uma seção transversal de um tanque de profundidade **h**, cheio de água. Um observador, inicialmente em **D**, começa a se afastar do tanque na direção DE.



Chamando de h_1 e de h_2, respectivamente, as profundidades aparentes do ponto **B**, para o observador em **D** e **E**, pode-se afirmar que:

a) $h_1 = h_2 > h$.

b) $h_1 = h_2 < h$.

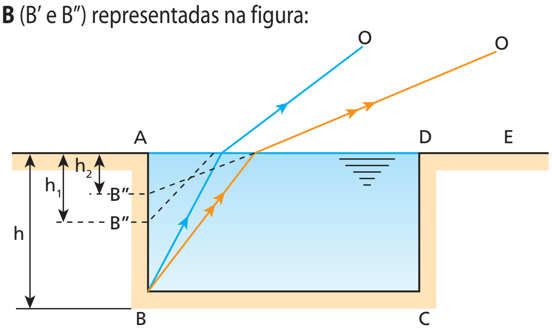
c) $h_1 \neq h_2$, com $h_1 > h$ e $h_2 > h$.

d) $h_1 < h_2 < h$.

e) $h_2 < h_1 < h$.

Resolução:

Para o observador (**O**) em **D** e **E**, temos aproximadamente as imagens de **B** (B' e B") representadas na figura:



$\boxed{h_2 < h_1 < h}$

Resposta: e

66 (UFC-CE) Coloca-se água em um aquário de modo a ocupar 60 cm de sua altura. Quando visto verticalmente de cima para baixo, a água parece ocupar uma altura diferente, **h**. Supondo que a velocidade de propagação da luz no ar seja de 300 000 km/s e na água de 225 000 km/s, determine, em centímetros, a altura aparente **h**.

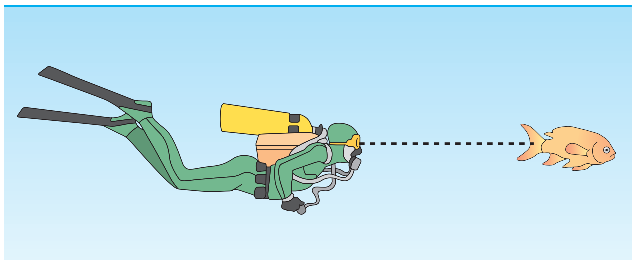
Resolução:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} = \frac{v_{destino}}{v_{origem}} = \frac{v_{água}}{v_{ar}}$$

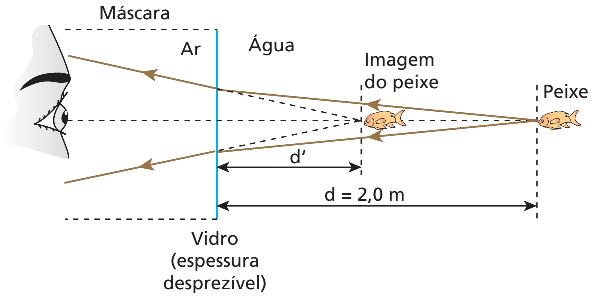
$$\frac{d'}{60} = \frac{225\,000}{300\,000} \Rightarrow \boxed{d' = 45 \text{ cm} = h}$$

Resposta: 45 cm

67 (UFRJ) Temos dificuldade em enxergar com nitidez debaixo da água porque os índices de refração da córnea e das demais estruturas do olho são muito próximos do índice de refração da água $\left(n_{água} = \frac{4}{3}\right)$. Por isso, usamos máscaras de mergulho, o que interpõe uma pequena camada de ar ($n_{ar} = 1$) entre a água e o olho. Um peixe está a uma distância de 2,0 m de um mergulhador. Suponha o vidro da máscara plano e de espessura desprezível. Calcule a que distância o mergulhador vê a imagem do peixe. Lembre-se de que para ângulos pequenos tg (a) ≃ sen (a).



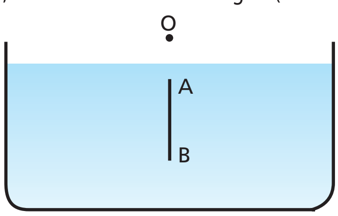
Resolução:



$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} = \frac{n_{ar}}{n_{água}} \Rightarrow \frac{d'}{2{,}0} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{d' = 1{,}5 \text{ m}}$$

Resposta: 1,5 m

68 No esquema seguinte, um observador vê um bastão cilíndrico AB, de comprimento L = 20 cm, totalmente imerso na água (índice de refração igual a $\frac{4}{3}$). O eixo longitudinal do bastão é perpendicular à superfície da água e o olho **O** do observador encontra-se nas vizinhanças desse eixo.



Admitindo que o meio externo ao recipiente seja o ar (índice de refração 1), calcule o comprimento aparente L′ que o observador detecta para o comprimento do bastão. O comprimento aparente determinado para o bastão depende da distância entre sua extremidade superior e a superfície livre da água?

Resolução:
Sendo **x** a distância de **A** à superfície livre da água, temos:

• $\frac{d'_B}{d_B} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow d'_B = \frac{3}{A}(L + x)$

• $\frac{d'_A}{d_A} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow d'_A = \frac{3}{A}x$

• $L' = d'_B - d'_A = \frac{3}{4}(L + x - x) = \frac{3}{4}L$

$L' = \frac{3}{4} \cdot 20 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{L' = 15 \text{ cm}}$ (independe de **x**)

Note que poderíamos ter feito:

$\frac{L'}{L} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow L' = \frac{3}{4}L$

Resposta: 15 cm; não depende

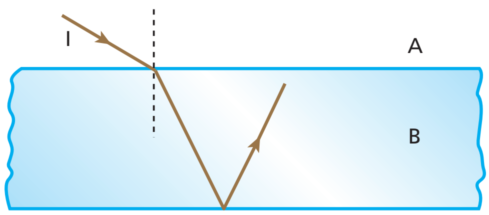
69 (UFU-MG) A profundidade de uma piscina vazia é tal que sua parede, revestida com azulejos quadrados de 12 cm de lado, contém 12 azulejos justapostos verticalmente. Um banhista, na borda da piscina cheia de água (índice de refração igual a $\frac{4}{3}$), olhando quase perpendicularmente, verá a parede da piscina formada por:
a) 12 azulejos de 9 cm de lado vertical.
b) 9 azulejos de 16 cm de lado vertical.
c) 16 azulejos de 9 cm de lado vertical.
d) 12 azulejos de 12 cm de lado vertical.
e) 9 azulejos de 12 cm de lado vertical.

Resolução:

$\frac{L'}{L} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow \frac{L'}{12} = \frac{1,0}{\frac{4}{3}}$ $\boxed{L' = 9 \text{ cm}}$

Resposta: a

70 (Cesgranrio-RJ)



Dois meios **A** e **C** estão separados por uma lâmina de faces paralelas (**B**). Um raio luminoso I, propagando-se em **A**, penetra em **B** e sofre reflexão total na face que separa **B** de **C**, conforme indica a figura.
Sendo n_A, n_B e n_C os índices de refração dos meios **A**, **B** e **C**, teremos, respectivamente:
a) $n_A > n_B > n_C$.
b) $n_A > n_C > n_B$.
c) $n_B > n_A > n_C$.
d) $n_B > n_C > n_A$.
e) $n_C > n_B > n_A$.

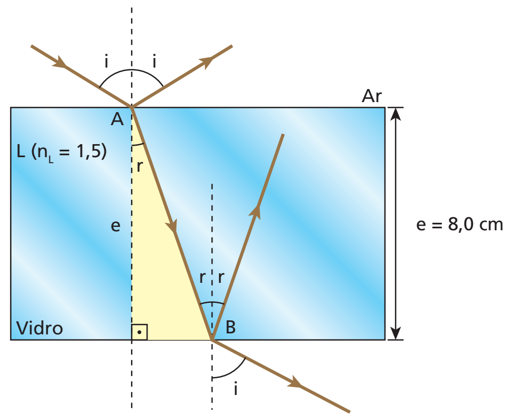
Resolução:
• $n_B > n_A$, porque o raio aproxima-se da normal ao passar de **A** para **B**.
• Se n_C fosse igual a n_A, haveria refração de **B** para **C**. Como não há, concluímos que n_C é menor que n_A.

$\boxed{n_B > n_A > n_C}$

Resposta: c

71 (Fuvest-SP) Um raio luminoso proveniente do ar atinge uma lâmina de vidro de faces paralelas com 8,0 cm de espessura e 1,5 de índice de refração. Esse raio sofre refração e reflexão ao atingir a primeira superfície; refração e reflexão ao atingir a segunda superfície (interna).
a) Trace, em seu caderno, as trajetórias dos raios incidente, refratados e refletidos.
b) Determine o tempo para o raio refratado atravessar a lâmina, sendo o seno do ângulo de incidência 0,9.

Resolução:
a)



b) $n_{ar} \text{ sen } i = n_L \text{ sen } r \Rightarrow 1,0 \cdot 0,9 = 1,5 \text{ sen } r \Rightarrow \text{sen } r = 0,6$

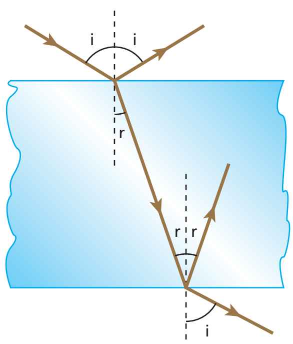
Logo, cos r = 0,8.

$\cos r = \frac{e}{AB} \Rightarrow 0,8 = \frac{8,0}{AB} \Rightarrow \overline{AB} = 10 \text{ cm}$

$v_L = \frac{c}{n_L} = \frac{3,0 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}}{1,5} \Rightarrow v_L = 2,0 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$

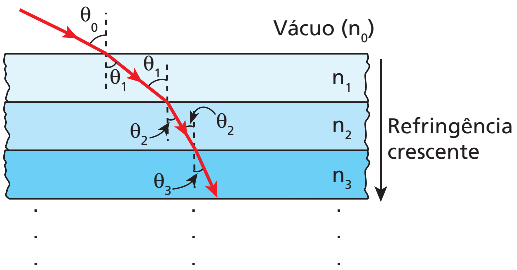
$\Delta t = \frac{AB}{v_L} = \frac{10}{2,0 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 5 \cdot 10^{-10} \text{ s}}$

Respostas: a)



b) $5 \cdot 10^{-10}$ s

72 E.R. A figura representa um raio de luz monocromática incidindo **obliquamente** em uma justaposição de uma quantidade finita de lâminas de faces paralelas, cujos índices de refração crescem da primeira até a última:



Prove que é impossível o raio tornar-se perpendicular às lâminas após uma quantidade qualquer de refrações.

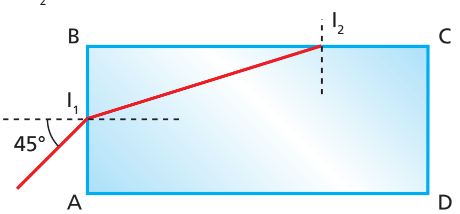
Resolução:

Consideremos a passagem do raio de uma lâmina de ordem **k** para a lâmina de ordem (k + 1). Aplicando a Lei de Snell, temos:

$$n_k \text{ sen } \theta_k = n_{k+1} \text{ sen}\theta_{k+1} \quad \text{(I)}$$

Admitindo que nessa refração o raio refratado torne-se perpendicular às lâminas, temos $\theta_{k+1} = 0$ e, consequentemente, sen $\theta_{k+1} = 0$. Substituindo esse valor na expressão (I), concluímos que θ_k também é igual a zero. Então, para que o raio refratado seja perpendicular às lâminas, o raio incidente também tem de ser. Continuando com esse raciocínio para as lâminas anteriores, até chegar à primeira, concluímos que θ_0 é igual a zero, o que contraria a hipótese de que a incidência é oblíqua.

73 Tem-se um bloco de vidro transparente em forma de paralelepípedo reto imerso no ar. Sua seção transversal ABCD está representada na figura. Um raio de luz monocromática pertencente ao plano definido por ABCD incide em I_1, refratando-se para o interior do bloco e incidindo em I_2:



Sabendo que o índice de refração do vidro em relação ao ar vale $\sqrt{2}$:

a) calcule o ângulo-limite para o dioptro vidro-ar;

b) verifique o que ocorre com a luz logo após a incidência em I_2.

Resolução:

a) $\text{sen } L = \dfrac{n_{ar}}{n_{vidro}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{L = 45°}$

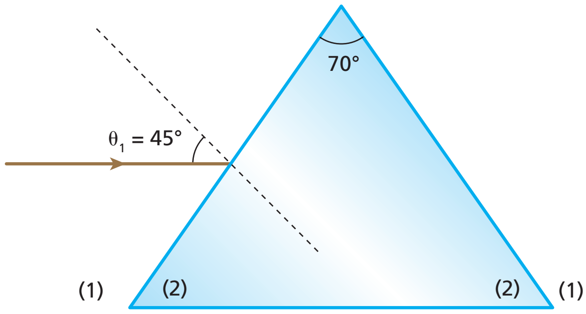
b) Refração em I_1: $\dfrac{\text{sen } 45°}{\text{sen } \theta_2} = \sqrt{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$

No triângulo I_1BI_2: $I_1\hat{I}_2B = 30°$

Assim, o ângulo de incidência em I_2 é de 60°. Pelo fato de esse ângulo superar o ângulo-limite do dioptro vidro-ar (60° > 45°), ocorre **reflexão total** em I_2.

Respostas: a) 45°; b) Reflexão total

74 E.R. Um prisma de abertura A = 70° e índice de refração $\sqrt{2}$, imerso no ar, recebe um estreito pincel cilíndrico de luz monocromática sob ângulo de incidência θ_1 igual a 45°, como representa a figura:



Dados: sen 40° = 0,64; sen 64° = 0,90.

Determine:

a) o desvio do pincel na primeira refração;

b) o desvio do pincel na segunda refração;

c) o desvio total.

Resolução:

a) Aplicando a Lei de Snell na primeira refração, temos:

$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

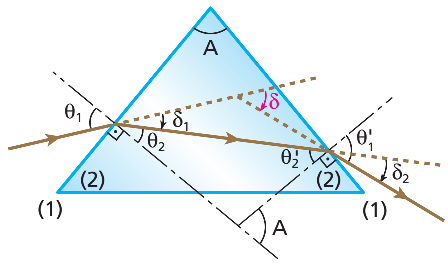
Sendo $n_1 = 1$, sen θ_1 = sen 45° $= \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e $n_2 = \sqrt{2}$, vamos calcular θ_2:

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$$

O desvio na primeira refração é δ_1, dado por:

$$\delta_1 = \theta_1 - \theta_2 = 45° - 30° \Rightarrow \boxed{\delta_1 = 15°}$$

b) Veja a trajetória de um raio do pincel até emergir do prisma:



Vamos calcular θ'_2 lembrando que A = 70° e θ_2 = 30°:

$$A = \theta_2 + \theta'_2 \Rightarrow 70° = 30° + \theta'_2 \Rightarrow \theta'_2 = 40°$$

Aplicando a Lei de Snell na segunda refração, temos:

$$n_2 \text{ sen } \theta'_2 = n_1 \text{ sen } \theta'_1 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot 0{,}64 = 1 \cdot \text{sen } \theta'_1$$

$$\text{sen } \theta'_1 = 0{,}90 \Rightarrow \theta'_1 = 64°$$

O desvio na segunda refração é δ_2, dado por:

$$\delta_2 = \theta'_1 - \theta'_2 = 64° - 40° \Rightarrow \boxed{\delta_2 = 24°}$$

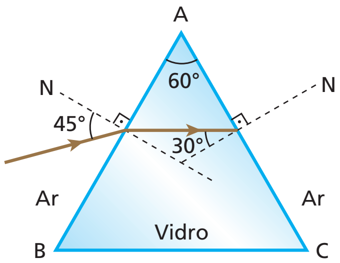
c) O desvio total é **δ**, dado por:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 15° + 24° \Rightarrow \boxed{\delta = 39°}$$

Nota:
- Só depois de calculado θ_1', o desvio total $\boldsymbol{\delta}$ poderia ser obtido pela fórmula deduzida na teoria:

$$\delta = \theta_1 + \theta_1' - A = 45° + 64° - 70° \Rightarrow \boxed{\delta = 39°}$$

75 (Puccamp-SP) Um prisma de vidro, cujo ângulo de refringência é 60°, está imerso no ar. Um raio de luz monocromática incide em uma das faces do prisma sob ângulo de 45° e, em seguida, na segunda face sob ângulo de 30°, como está representado no esquema:



Dados: $\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$;

$\text{sen } 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$\text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Nessas condições, o índice de refração do vidro em relação ao ar, para essa luz monocromática, vale:

a) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

b) $\sqrt{3}$.

c) $\sqrt{2}$.

d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

e) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Resolução:
- $A = \theta_2 + \theta_2'$

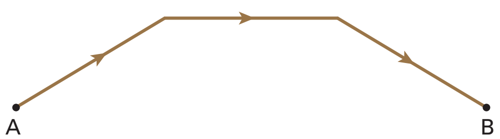
  $60° = \theta_2 + 30° \Rightarrow \theta_2 = 30°$
- $n_{ar} \text{ sen}\theta_1 = n_V \text{ sen}\theta_2$

$$\frac{n_v}{n_{ar}} = \frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{\text{sen } 45°}{\text{sen } 30°} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{n_{v,Ar} = \sqrt{2}}$$

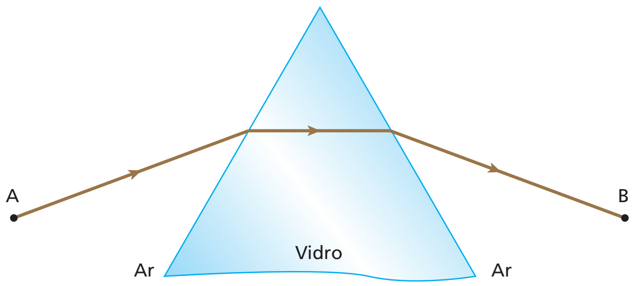
Resposta: c

76 Um raio de luz é emitido do ponto **A** e atravessa meios ordinários, atingindo o ponto **B** segundo a trajetória indicada na figura:



O que se pode afirmar a respeito da quantidade de meios diferentes entre **A** e **B**?

Resolução:
Que há no mínimo 2 meios. Por exemplo:



Resposta: Há, no mínimo, 2.

77 (Fuvest-SP) Um raio monocromático de luz incide no ponto **A** de uma das faces de um prisma feito de vidro e imerso no ar. A figura 1 representa apenas o raio incidente **I** e o raio refratado **R** num plano normal às faces do prisma, cujas arestas são representadas pelos pontos **P**, **S** e **T**, formando um triângulo equilátero. Os pontos **A**, **B** e **C** também formam um triângulo equilátero e são, respectivamente, equidistantes de **P** e **S**, **S** e **T**, e **T** e **P**. Considere os raios E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5, que se afastam do prisma, representados na figura 2:

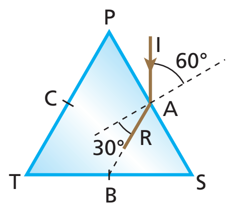


Figura 1

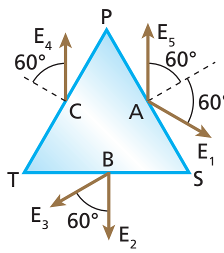
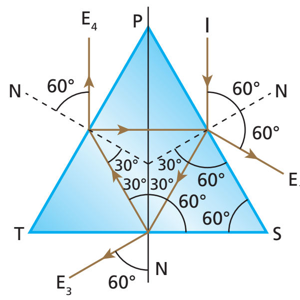


Figura 2

Podemos afirmar que os raios compatíveis com as reflexões e refrações sofridas pelo raio incidente **I**, no prisma, são:

a) somente E_3.
b) somente E_1 e E_3.
c) somente E_2 e E_5.
d) somente E_1, E_3 e E_4.
e) todos (E_1, E_2, E_3, E_4 e E_5).

Resolução:
Enquanto o raio incidente **I** percorre o interior do prisma, ocorrem os seguintes fenômenos:
– refração e reflexão parcial na face PS;
– refração e reflexão parcial na face TS;
– refração e reflexão parcial na face TP.

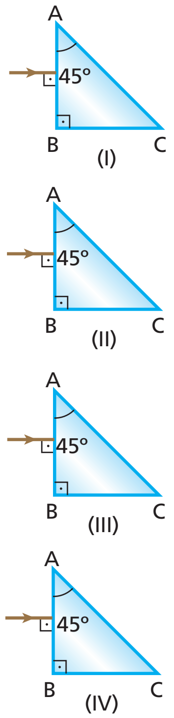


Note que o raio refletido na face TP, ao atingir a face PS, origina os raios já desenhados na figura.

Resposta: d

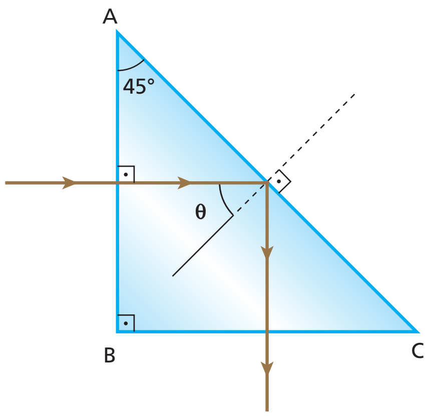
78 E.R. A seguir, estão esquematizados quatro prismas de formas geométricas iguais, imersos no ar, sobre os quais incidem raios luminosos monocromáticos normais às faces AB. Os prismas são feitos de material óptico de índices de refração:

$n_I = \frac{1,5}{\sqrt{2}}$; $n_{II} = \frac{1,8}{\sqrt{2}}$; $n_{III} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ e $n_{IV} = \frac{4}{\sqrt{2}}$.



Em quais dos prismas não ocorre emergência de luz pela face AC?

Resolução:
Para que não haja emergência de luz pela face AC, é preciso que a luz sofra reflexão total nessa face. Para isso, o ângulo de incidência na face AC (**θ**) deve ser maior que o ângulo-limite (**L**) ou igual a ele:



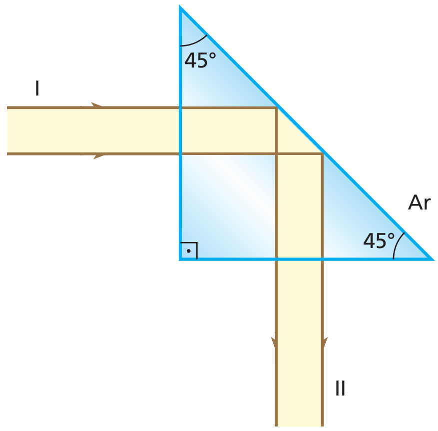
Da geometria da figura, temos que **θ** é igual a 45° e devemos ter:

$$\theta \geqslant L \Rightarrow \text{sen}\,\theta \geqslant \text{sen}\,L \Rightarrow \text{sen}\,\theta \geqslant \frac{n_{ar}}{n_{prisma}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \geqslant \frac{1}{n_{prisma}} \Rightarrow n_{prisma} \geqslant \frac{2}{\sqrt{2}}$$

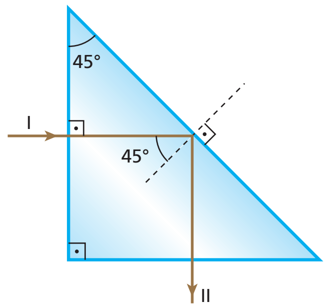
Essa condição é satisfeita pelos prismas III e IV.

79 A seção transversal de um prisma de vidro é um triângulo retângulo isósceles.



Para que o pincel luminoso incidente I sofra um desvio de 90° emergindo por reflexão total segundo o pincel II, qual deve ser o mínimo valor do índice de refração do vidro? Dê a resposta aproximada, com duas casas decimais.

Resolução:



$45° \geqslant L$

$\text{sen}\,45° \geqslant \frac{1}{n_P}$

$n_P \geqslant \sqrt{2} \Rightarrow n_{P_{mín}} = \sqrt{2}$

$$\boxed{n_{P_{mín}} \simeq 1,41}$$

Resposta: 1,41

80 (UFMG) Um feixe de luz do Sol é decomposto ao passar por um prisma de vidro. O feixe de luz visível resultante é composto de ondas com:

a) apenas sete frequências, que correspondem às cores vermelha, alaranjada, amarela, verde, azul, anil e violeta.
b) apenas três frequências, que correspondem às cores vermelha, amarela e azul.
c) apenas três frequências, que correspondem às cores vermelha, verde e azul.
d) uma infinidade de frequências, que correspondem a cores desde a vermelha até a violeta.

Resposta: d

81 Um prisma de ângulo de refringência igual a 60° está imerso no ar. Determine o ângulo com que um raio de luz monocromática deve incidir nesse prisma para atravessá-lo sofrendo desvio mínimo. O índice de refração do prisma para essa luz é $\sqrt{2}$.

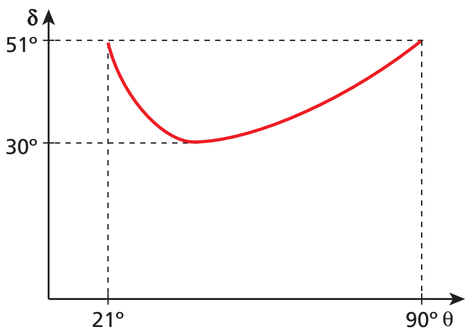
Resolução:

- $\theta'_2 = \theta_2$
- $A = \theta_2 + \theta'_2 \Rightarrow A = 2\theta_2 \Rightarrow 60° = 2\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 30°$
- $n_{ar} \text{ sen } \theta_1 = n_p \text{ sen } \theta_2$

$$1 \cdot \text{sen } \theta_1 = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \text{sen } \theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\theta_1 = 45°}$$

Resposta: 45°

82 Variando-se o ângulo **θ** com que um raio de luz incide em um prisma imerso no ar, seu desvio **δ** varia conforme o gráfico a seguir:



Determine:

a) o ângulo de abertura do prisma;
b) o ângulo de incidência para que o desvio seja mínimo;
c) o índice de refração do prisma.

Resolução:

a) $\delta = \theta_1 + \theta'_1 - A \Rightarrow 51° = 21° + 90° - A \Rightarrow \boxed{A = 60°}$

b) $\delta_{mín} = 2\theta_1 - A \Rightarrow 30° = 2\theta_1 - 60° \Rightarrow \boxed{\theta_1 = 45°}$

c) $2\theta_2 = A \Rightarrow 2\theta_2 = 60° \Rightarrow \theta_2 = 30°$

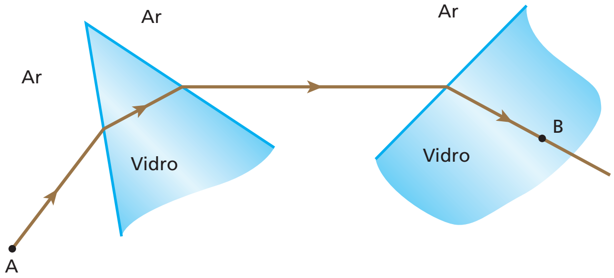
$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{n_p}{n_{ar}} \Rightarrow \frac{\text{sen } 45°}{\text{sen } 30°} = \frac{n_p}{1} \Rightarrow \boxed{n_p = \sqrt{2}}$$

Respostas: a) 60°;) 45; c) $\sqrt{2}$

83 (UFBA) Na figura está representado um raio (**R**) de luz monocromática que se propaga de **A** até **B**.

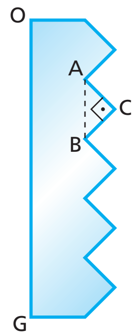
Entre **A** e **B**, qual a mínima quantidade de meios transparentes diferentes?

Resolução:
No mínimo dois meios. Por exemplo:



Resposta: Há no mínimo dois.

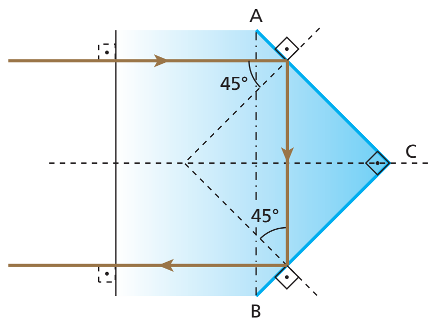
84 (Unicamp-SP) Um tipo de sinalização utilizado em estradas e avenidas é o chamado olho-de-gato, o qual consiste na justaposição de vários prismas **retos**, feitos de plástico, que refletem a luz incidente dos faróis dos automóveis.



a) Reproduza em seu caderno o prisma **ABC** indicado na figura ao lado e desenhe a trajetória de um raio de luz que incide perpendicularmente sobre a face **OG** e sofre reflexões totais nas superfícies **AC** e **BC**.
b) Determine o mínimo valor do índice de refração do plástico, acima do qual o prisma funciona como um refletor perfeito (toda a luz que incide perpendicularmente à superfície **OG** é refletida). Considere o prisma no ar, onde o índice de refração vale 1,0.

Resolução:

a)

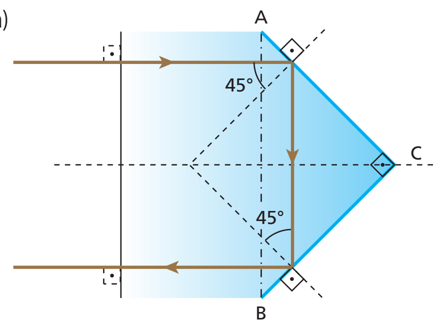


b) $45° \geq L \Rightarrow \text{sen } 45° \geq \text{sen } L \Rightarrow \text{sen } 45° \geq \frac{n_{ar}}{n_p} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \geq \frac{1{,}0}{n_p}$

$n_p \geq \sqrt{2}$

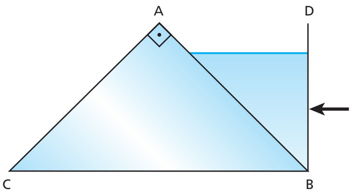
$$\boxed{n_{p_{mínimo}} = \sqrt{2}}$$

Respostas: a)



b) $\sqrt{2}$

85 (ITA-SP) Um prisma de vidro, de índice de refração $n = \sqrt{2}$, tem por seção normal um triângulo retângulo isósceles ABC no plano vertical. O volume de seção transversal ABD é mantido cheio de um líquido de índice de refração $n' = \sqrt{3}$. Um raio incide normalmente à face transparente da parede vertical BD e atravessa o líquido.



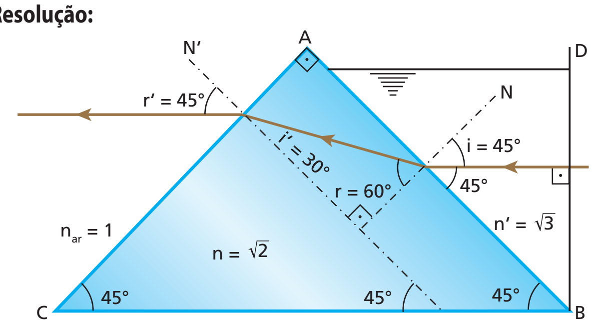
Considere as seguintes afirmações:

I. O raio luminoso não penetrará no prisma.
II. O ângulo de refração na face AB é de 45°.
III. O raio emerge do prisma pela face AC com ângulo de refração de 45°.
IV. O raio emergente definitivo é paralelo ao raio incidente em BD.

Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):

a) apenas I.
b) apenas I e IV.
c) apenas II e III.
d) apenas III e IV.
e) II, III e IV.

Resolução:



I – Incorreta

$n' \operatorname{sen} i = n \operatorname{sen} r \Rightarrow \sqrt{3}\ \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}\ \operatorname{sen} r \Rightarrow \operatorname{sen} r = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = 60°$

II – Incorreta

$r = 60°$

III – Correta

$n \operatorname{sen} i' = n_{ar} \operatorname{sen} r' \Rightarrow \sqrt{2}\ \frac{1}{2} = 1\ \operatorname{sen} r' \Rightarrow \operatorname{sen} r' = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r' = 45°$

IV – Correta

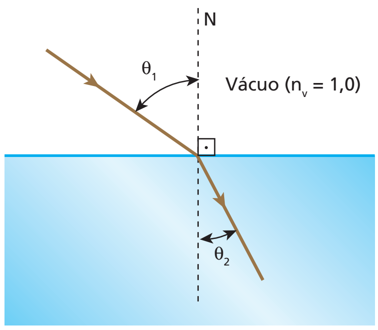
Resposta: d

86 (UFC-CE) Um raio de luz monocromática passa do vácuo para um meio com índice de refração absoluto $n = \sqrt{3}$. Se o ângulo de incidência (θ_1) é o dobro do ângulo de refração (θ_2), determine:

a) o valor de θ_1;
b) o intervalo de valores de **n** que possibilita essa situação, isto é, $\theta_1 = 2\theta_2$.

Resolução:

a)



Lei de Snell:

$n_v \operatorname{sen} \theta_1 = n \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow 1{,}0\ \operatorname{sen} 2\theta_2 = \sqrt{3}\ \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow$

$2\operatorname{sen} \theta_2 \cos \theta_2 = \sqrt{3} \operatorname{sen} \theta_2$

$2 \cos \theta_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30°$

$\boxed{\theta_1 = 60°}$

b) Lei de Snell:

$n_v \operatorname{sen} \theta_1 = n \operatorname{sen} \theta_2$

$2\operatorname{sen} \theta_2 \cos \theta_2 = n \operatorname{sen} \theta_2$

$2 \cos \theta_2 = n$

θ_1 pode variar dentro do intervalo: $0° < \theta_1 < 90°$

Então: $0° < \theta_2 < 45°$

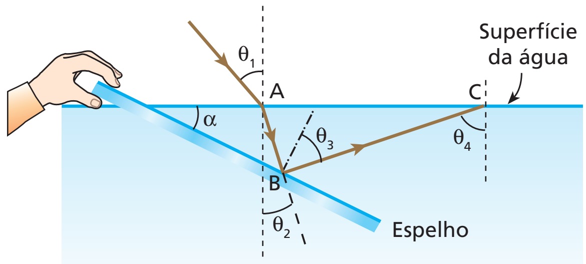
$\cos 45° < \cos \theta_2 < \cos 0° \Rightarrow 2 \cos 45° < 2 \cos \theta_2 < 2 \cos 0°$

$2\ \frac{\sqrt{2}}{2} < n < 2$

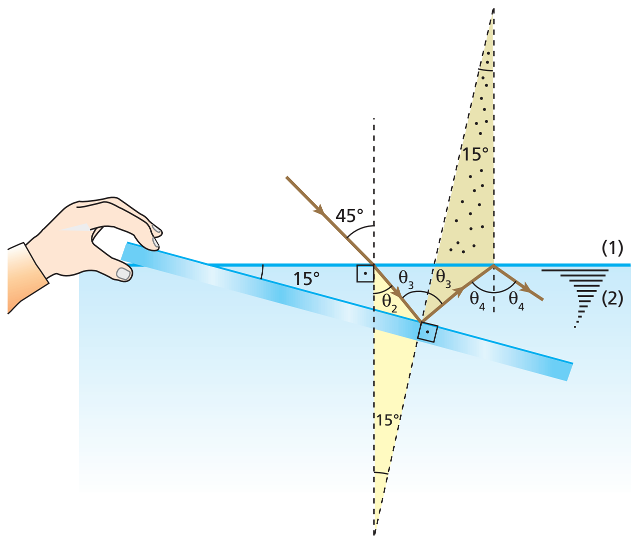
$\boxed{\sqrt{2} < n < 2}$

Respostas: a) 60°; b) $\sqrt{2} < n < 2$

87 (FEI-SP) A figura mostra um espelho imerso na água, formando um ângulo $\alpha = 15°$ com a superfície da água. Um raio de luz incide em **A** sob um ângulo $\theta_1 = 45°$ com a normal à superfície. Depois de refratado, o raio de luz sofre reflexão em **B**, no espelho, voltando à superfície da água, em **C**. Copie a figura, complete o trajeto do raio de luz depois desse instante e calcule os valores dos ângulos do raio com as normais. Adote índice de refração da água em relação ao ambiente = 1,41.



Resolução:



- $\dfrac{\text{sen } 45°}{\text{sen } \theta_2} = \dfrac{n_2}{n_1} \Rightarrow \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\text{sen } \theta_2} = 1{,}41 \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 30°}$
- θ_3 é um ângulo externo ao triângulo sombreado:

  $\theta_3 = \theta_2 + 15° = 30° + 15° \Rightarrow \boxed{\theta_3 = 45°}$
- θ_4 é um ângulo externo ao triângulo pontilhado:

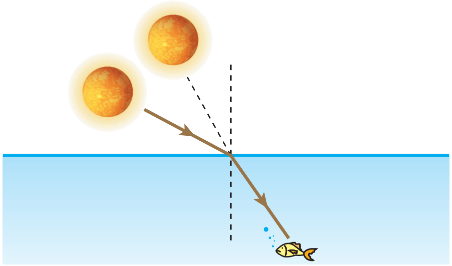
  $\theta_4 = \theta_3 + 15° = 45° + 15° \Rightarrow \boxed{\theta_4 = 60°}$
- Ângulo-limite na fronteira água-ar:

  $\text{sen } L = \dfrac{1}{1{,}41} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{L = 45°}$

Como θ_4 é maior que **L**, ocorre reflexão total nessa fronteira.

Resposta: $\theta_2 = 30°$; $\theta_3 = 45°$; $\theta_4 = 60°$; No ponto **C** ocorre reflexão total.

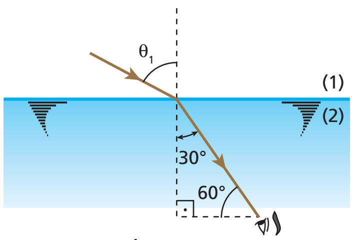
88 Um peixe, no rio Amazonas, viu o Sol, em certo instante, 60° acima do horizonte. Sabendo que o índice de refração da água vale $\frac{4}{3}$ e que, no Amazonas, o Sol nasce às 6h e se põe às 18h, calcule que horas eram no instante em que o peixe viu o Sol:



a) considerando que o peixe estava dando o seu passeio matinal;
b) considerando que o peixe estava à procura de alimentos para a sua merenda vespertina.

Dado: sen 42° = 0,67

Resolução:



$\dfrac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } 30°} = \dfrac{n_2}{n_1} \Rightarrow \dfrac{\text{sen } \theta_1}{\frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{4}{3}}{1} \Rightarrow \text{sen } \theta_1 = 0{,}67 \Rightarrow \theta_1 = 42°$

Concluímos, então, que o Sol, na realidade, encontra-se a 48° acima do horizonte.

a) $180° \rightarrow 12\,\text{h}$
$48° \rightarrow x$
$x = 3\,\text{h}\,12\,\text{min} \Rightarrow t = 6\,\text{h} + 3\,\text{h}\,12\,\text{min} = 9\,\text{h}\,12\,\text{min}$

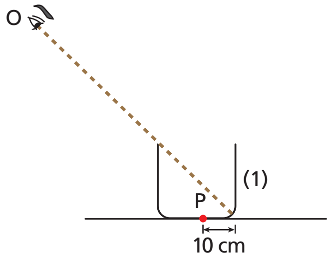
$\boxed{\text{Eram, portanto, 9 h 12 min}}$

b) $18\,\text{h} - 3\,\text{h}\,12\,\text{min} = 14\,\text{h}\,48\,\text{min}$

$\boxed{\text{Eram, portanto, 14 h 48 min}}$

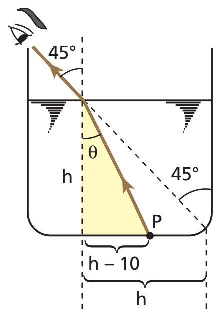
Respostas: a) 9 h 12 min; b) 14 h 48 min

89 A figura representa um recipiente cúbico de paredes opacas, vazio, de 40 cm de aresta:



Na posição em que se encontra, o observador **O** não vê o fundo do recipiente, mas vê completamente a parede (1). Calcule a espessura mínima da lâmina de água que se deve despejar no recipiente para que o observador passe a ver a partícula **P**. Adote o índice de refração da água em relação ao ar igual a $\frac{4}{3}$.

Resolução:

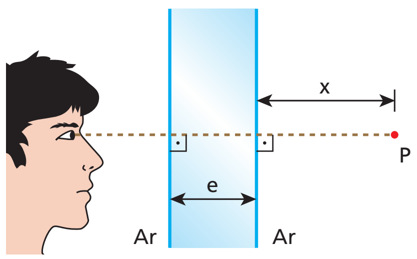


- $\dfrac{\text{sen } \theta}{\text{sen } 45°} = \dfrac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \text{sen } \theta = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot \dfrac{3}{4} = 0{,}53$
- $\cos \theta = \sqrt{1 - \text{sen}^2\, \theta} = 0{,}85$
- $\text{tg } \theta = \dfrac{\text{sen } \theta}{\cos \theta} = \dfrac{0{,}53}{0{,}85}$
- $\text{tg } \theta = \dfrac{h - 10}{h} \Rightarrow \dfrac{0{,}53}{0{,}85} = \dfrac{h - 10}{h} \Rightarrow 0{,}32\,h = 8{,}5$

$\boxed{h \simeq 27\text{ cm}}$

Resposta: Aproximadamente 27 cm

90 Um observador visa um ponto luminoso **P** através de uma lâmina de vidro de faces paralelas, que tem espessura **e** e índice absoluto de refração **n**. O ponto **P** está a uma distância **x** da lâmina, conforme representa a figura a seguir.

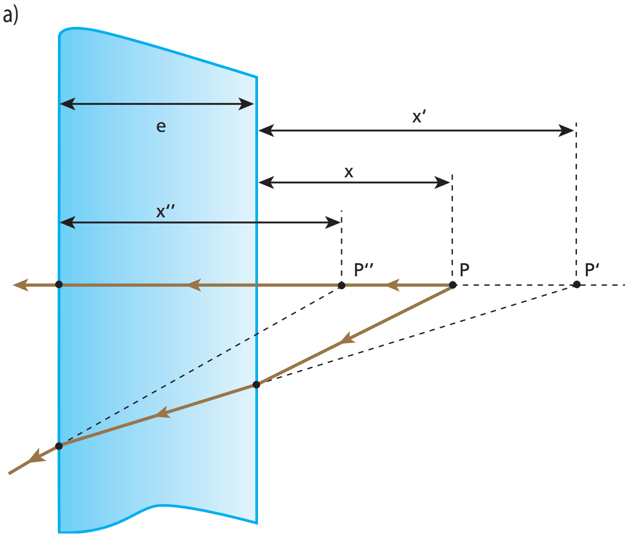


Supondo que o olho do observador esteja na mesma perpendicular às faces da lâmina que passa por **P**:

a) calcule o deslocamento **d** da imagem final percebida pelo observador em relação ao ponto **P**;
b) determine se **d** depende ou não de **x**.

Resolução:

a)



1ª refração:

$x' = n\,x$

2ª refração:

$x'' = \frac{1}{n}\ (x' + e)$

$d = x + e - x'' \Rightarrow d = x + e - \frac{1}{n}\ (x' + e)$

$d = x + e - \frac{1}{n}\ (n\,x + e) \Rightarrow \boxed{d = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$

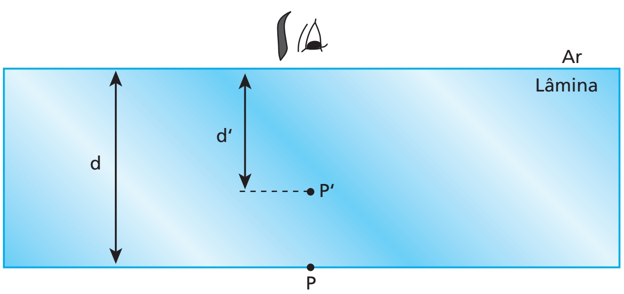
b) Da expressão anterior, decorre que **d** independe de **x**.

Respostas: a) $d = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$; b) Não depende

91 Uma lâmina de faces paralelas tem 5 mm de espessura. Levada a um microscópio, verifica-se que, para passar da focalização de um ponto da superfície superior para um ponto da face inferior da lâmina, deve-se deslocar o canhão do microscópio 3 mm. Qual é o índice de refração do material de que é feita a lâmina?

Resolução:

Do enunciado, deduz-se que a imagem da superfície inferior da lâmina conjugada pelo dioptro ar-superfície superior encontra-se 3 mm abaixo da superfície superior. Observemos que é essa imagem que o microscópio “vê” quando se focaliza um ponto da superfície inferior.



d = 5 mm e d' = 3 mm

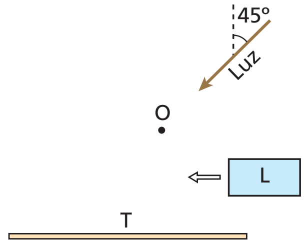
$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{n_{lâmina}} \Rightarrow \boxed{n_{lâmina} = \frac{5}{3}}$

Resposta: $\frac{5}{3}$

92 (Unicamp-SP) A figura a seguir representa uma tela **T**, um pequeno objeto **O** e luz incidindo a 45° em relação à tela. Na situação da figura, o objeto **O** faz sombra sobre a tela. Colocando-se uma lâmina **L** de plástico plano, de 1,2 cm de espessura e índice de refração $n = 1{,}18 \simeq \frac{5\sqrt{2}}{6}$, paralelamente entre a tela e o objeto, a sombra se desloca sobre a tela.

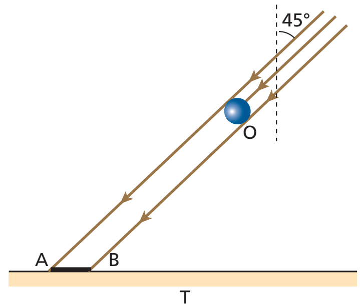
a) Em uma folha de papel, faça um esquema mostrando os raios de luz passando junto ao objeto e atingindo a tela, **com** e **sem** a lâmina de plástico.

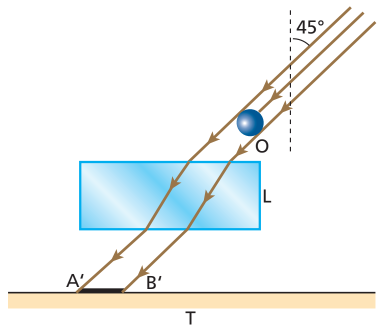
b) Calcule o deslocamento da sombra na tela ao se introduzir a lâmina de plástico.



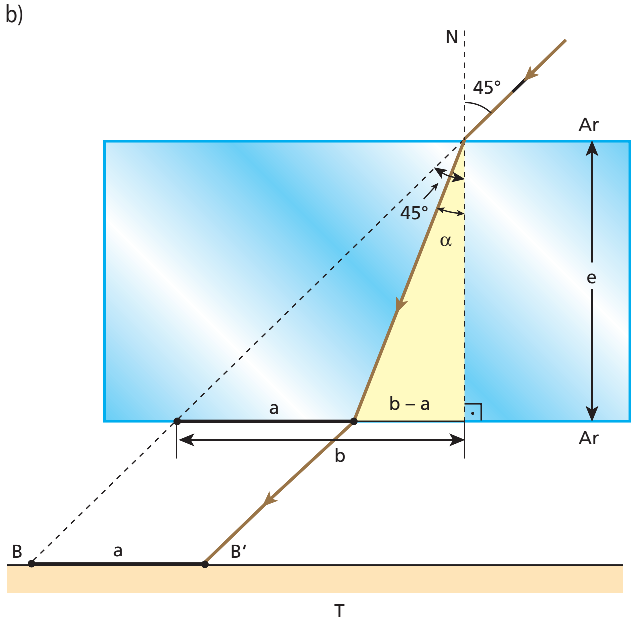
Resolução:

a)





b)



$$n_{ar} \text{ sen } 45° = n_{lâmina} \text{ sen } \alpha \Rightarrow 1 \ \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{6} \text{ sen } \alpha \Rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{3}{5}$$

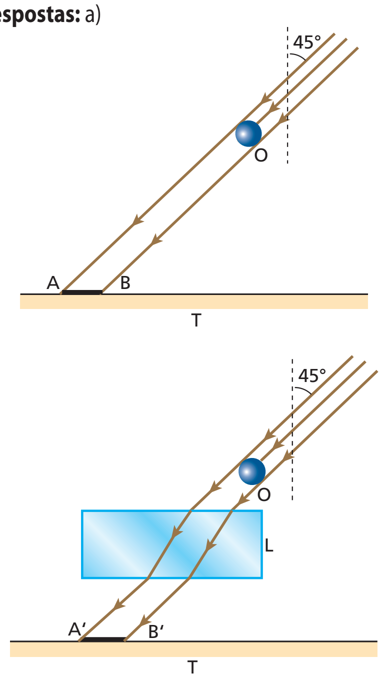
Então, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ e $\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$.

No triângulo destacado: $\text{tg } \alpha = \frac{b - a}{e}$

Como b = e = 1,2 cm: $\frac{3}{4} = \frac{1{,}2 - a}{1{,}2}$

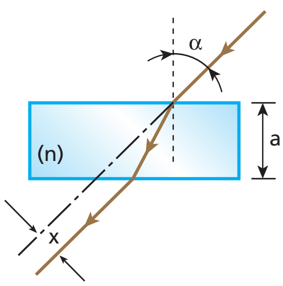
$\boxed{a = 0{,}3 \text{ cm}}$

Respostas: a)



b) 0,3 cm

93 (ITA-SP) Um raio luminoso incide sobre uma lâmina transparente de faces paralelas, de espessura **a** e índice de refração **n**. Calcule o desvio sofrido pelo raio luminoso ao atravessar a lâmina, supondo que o ângulo de incidência, **α**, seja pequeno. (Utilize as aproximações: sen α ≃ α e cos α ≃ 1.)



Resolução:

$\theta_1 = \alpha \Rightarrow \cos \theta_1 \simeq 1 \Rightarrow \cos \theta_2 \simeq 1$

$$d = \frac{e \text{ sen } (\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}$$

$$x = \frac{a \text{ sen } (\alpha - \theta_2)}{1} \simeq a\,(\alpha - \theta_2) \quad \text{(I)}$$

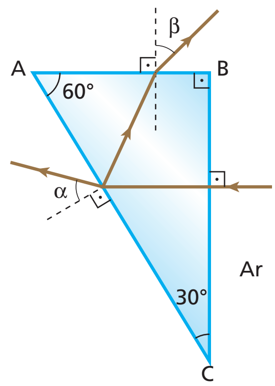
$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \theta_2} = n \Rightarrow \theta_2 \simeq \frac{\alpha}{n} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I), vem:

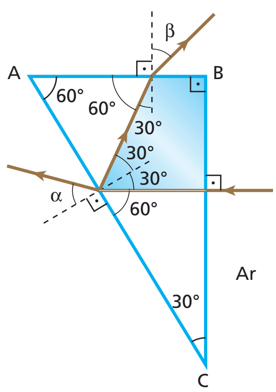
$$x \simeq a\left(\alpha - \frac{\alpha}{n}\right) \Rightarrow \boxed{x \simeq a\alpha\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

Resposta: $x \simeq a\alpha\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

94 (UFPE) Um feixe de luz incide em um prisma imerso no ar, conforme indica a figura a seguir. Após sofrer reflexão parcial na fase AC, um feixe de menor intensidade emerge através da face AB. Determine o valor dos ângulos **α** e **β**, em **graus**, se o índice de refração do prisma é $n_p = \sqrt{2}$ para o comprimento de onda do feixe de luz incidente.



Resolução:



$$n_p \text{ sen } 30° = n_{ar} \text{ sen } \alpha \Rightarrow \sqrt{2} \ \frac{1}{2} = 1 \text{ sen } \alpha \Rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\boxed{\alpha = 45°}$

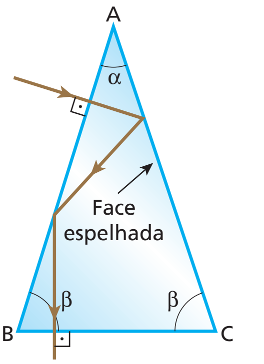
$$n_p \text{ sen } 30° = n_{ar} \text{ sen } \beta \Rightarrow \sqrt{2} \ \frac{1}{2} = 1 \text{ sen } \beta \Rightarrow \text{sen } \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\boxed{\beta = 45°}$

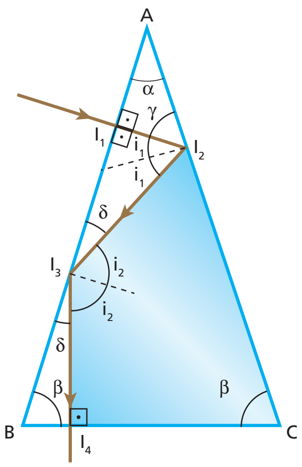
Resposta: α = β = 45°

95 (Unama-AM) A figura abaixo representa a seção transversal de um prisma óptico imerso no ar, tendo dois lados iguais (AB e AC). Perpendicularmente à face AB, incide um raio luminoso monocromático que se propaga até a face espelhada AC, onde é refletido diretamente para a face AB. Ao atingir esta face, o raio luminoso sofre uma nova reflexão (reflexão total), de maneira que, ao se propagar, atinge perpendicularmente a face BC, de onde emerge para o ar. Com base nessas informações, podemos afirmar que o ângulo de refringência do prisma (ângulo **α**, mostrado na figura) vale:

a) 18º.
b) 72º.
c) 45º.
d) 36º.
e) 60º.



Resolução:



- Como $\gamma = 90° - \alpha$, temos que $i_1 = \alpha$.
- No triângulo $I_1I_2I_3$:
  - $\delta = 90° - i_2$
  - $90° + 2i_1 + \delta = 180° \Rightarrow 90° + 2\alpha + 90° - i_2 = 180 \Rightarrow i_2 = 2\alpha$
- No triângulo I_3BI_4:

  $90° + \beta + \delta = 180° \Rightarrow 90° + \beta + 90° - 2\alpha = 180° \Rightarrow \beta = 2\alpha$
- No triângulo ABC:

  $\alpha + 2\beta = 180°$

  $\alpha + 4\alpha = 180° \Rightarrow 5\alpha = 180° \Rightarrow \boxed{\alpha = 36°}$

Resposta: d

96 Prove que, num prisma de pequena abertura e para pequenos ângulos de incidência (inferiores a 10°), o desvio **δ** sofrido pelo raio que o atravessa é dado aproximadamente por:

$$\delta = A\,(n_{2,1} - 1)$$

A é o ângulo de abertura e $n_{2,1}$ é o índice de refração do prisma em relação ao meio que o envolve.

Nota:

- Para pequenos ângulos, o valor do seno e o valor do ângulo, em radianos, são aproximadamente iguais.

Resolução:

$$\frac{\text{sen}\,\theta_1}{\text{sen}\,\theta_2} = n_{2,1} \Rightarrow \frac{\theta_1}{\theta_2} \simeq n_{2,1}$$

$$\frac{\text{sen}\,\theta'_1}{\text{sen}\,\theta'_2} = n_{2,1} \Rightarrow \frac{\theta'_1}{\theta'_2} \simeq n_{2,1}$$

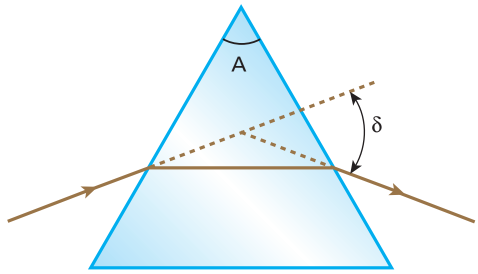
$$\delta = \theta_1 + \theta'_1 - A \simeq n_{2,1}\theta_2 + n_{2,1}\theta'_2 - A$$

$$\delta = n_{2,1}\,(\theta_2 + \theta'_2) - A = n_{2,1}\,A - A$$

$$\boxed{\delta = A(n_{2,1} - 1)}$$

Resposta: Ver demonstração.

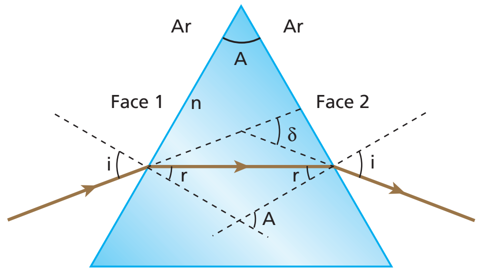
97 (ITA-SP) O Método do Desvio Mínimo, para a medida do índice de refração, **n**, de um material transparente, em relação ao ar, consiste em medir o desvio mínimo **δ** de um feixe estreito de luz que atravessa um prisma feito desse material.



Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo **A** do prisma deve ser menor que:

a) arcsen (**n**).
b) $2\,\text{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
c) $0{,}5\,\text{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
d) $\text{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)$.
e) outra expressão.

Resolução:



Para que haja emergência na face 2, devemos ter:

$r < L \Rightarrow \text{sen}\,r < \text{sen}\,L \Rightarrow \text{sen}\,r < \frac{1}{n}$ (I)

$A = 2r \Rightarrow r = \frac{A}{2}$ (II)

(II) em (I):

$$\text{sen}\left(\frac{A}{2}\right) < \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{A}{2} < \text{arc sen}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$A < 2 \text{ arc sen}\left(\frac{1}{n}\right)$$

Por exemplo, para n = 2, temos:

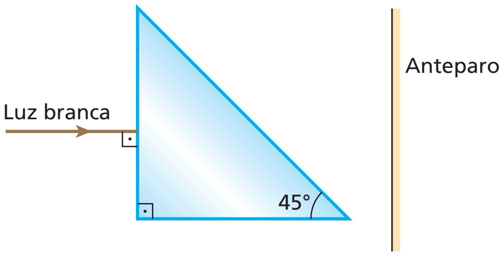
$$\text{sen } r < \frac{1}{n} \Rightarrow \text{sen } r < \frac{1}{2} \Rightarrow r < 30°$$

$$\text{e } A < 2 \text{ arc sen}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$A < 2 \cdot 30° \Rightarrow A < 60°$$

Resposta: b

98 Um pincel de luz branca incide perpendicularmente em uma das faces de um prisma, cuja seção principal está representada na figura:



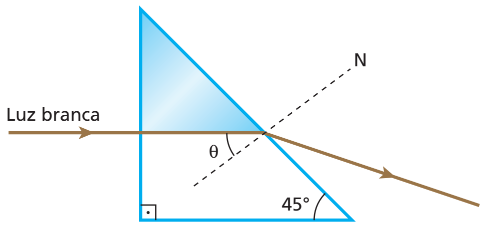
O prisma está imerso no ar e seus índices de refração para sete cores componentes do pincel de luz branca são dados a seguir:

Violeta	1,48
Anil	1,46
Azul	1,44
Verde	1,42
Amarela	1,40
Alaranjada	1,39
Vermelha	1,38

Determine quais dessas cores emergem do prisma, atingindo o anteparo.

Resolução:

$\theta = 45°$



Para uma cor emergir do prisma e atingir o anteparo, o ângulo **θ** deve ser inferior ao ângulo-limite **L**.

$$\theta < L \Rightarrow \text{sen } \theta < \text{sen } L$$

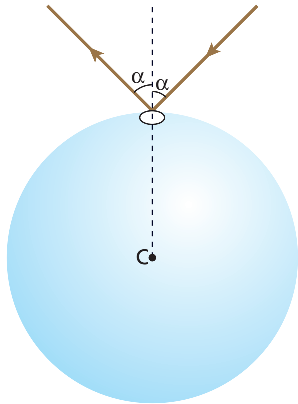
$$\text{sen } \theta < \frac{n_{ar}}{n_{prisma}} \Rightarrow \text{sen } 45° < \frac{1}{n_{prisma}} \Rightarrow n_{prisma} < \sqrt{2} \Rightarrow n_{prisma} < 1{,}41$$

Essa condição é satisfeita pelas seguintes cores:

amarelo, alaranjado e vermelho.

Resposta: Amarelo, alaranjado e vermelho.

99 Na figura a seguir está representada uma esfera maciça de cristal, de centro **C**, raio $R = 10\sqrt{3}$ cm e índice de refração $n = \sqrt{2}$.



Mediante vaporização de alumínio, a superfície externa dessa esfera foi revestida com uma película desse metal. A face refletora especular da película ficou, então, voltada para o interior da esfera.

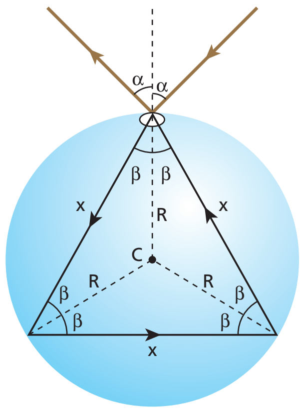
Apenas uma pequena região circular ficou sem revestimento. Fez-se incidir nessa região um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática, que penetrou na esfera e, após sofrer duas reflexões em suas paredes, emergiu pelo mesmo local da penetração, simetricamente em relação ao feixe incidente (ver figura).

Sabendo-se que a esfera está no ar (índice de refração igual a 1,0) e que a velocidade de propagação da luz nesse meio é aproximadamente igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, pede-se:

a) fazer um esboço da trajetória da luz no interior da esfera, indicando os valores dos ângulos relevantes à compreensão do esquema;
b) determinar o ângulo α que viabiliza a situação proposta;
c) calcular, nas condições apresentadas, quanto tempo um pulso luminoso permanece "confinado" no interior da esfera.

Resolução:

a)



A trajetória da luz no interior da esfera é um triângulo equilátero e $\beta = 30°$.

b) $n_{ar} \text{ sen } \alpha = n \text{ sen } \beta \Rightarrow 1{,}0 \text{ sen } \alpha = \sqrt{2} \text{ sen } 30° \Rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\alpha = 45°$

c) Sendo **v** a velocidade de propagação da luz no interior da esfera, temos:

$$\frac{v}{v_{ar}} = \frac{n_{ar}}{n} \Rightarrow \frac{v}{3,0 \cdot 10^8} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v \simeq 2,1 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Da figura do item **a**, temos:

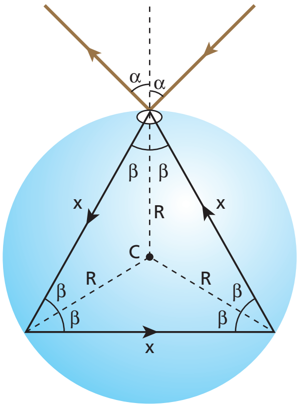
$$\cos 30° = \frac{\frac{x}{2}}{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{20\sqrt{3}} \Rightarrow x = 30 \text{ cm} \Rightarrow x = 0,30 \text{ m}$$

Sendo **d** a distância percorrida pela luz:

$$d = 3\,x = 3 \cdot 0,30 \Rightarrow d = 0,90 \text{ m}$$

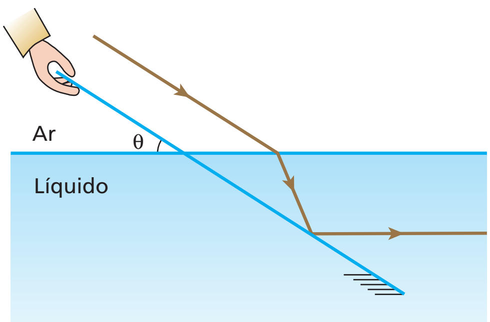
$$\Delta t = \frac{d}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{0,90}{2,1 \cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{\Delta t \simeq 4,3 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 4,3 \text{ ns}}$$

Respostas:



a) $\beta = 30°$; b) $\alpha = 45°$; c) $\Delta t = 4,3$ ns

100 Considere um espelho plano parcialmente imerso em um líquido transparente de índice de refração absoluto igual a n_L. Um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática, propagando-se no ar paralelamente à superfície refletora do espelho, refrata-se para o interior do líquido e sofre reflexão na superfície espelhada, conforme representa a figura a seguir. O índice de refração absoluto do ar vale 1.



Admitindo-se que seja conhecido o ângulo **θ** indicado e supondo-se que o feixe refletido pelo espelho seja paralelo à superfície líquida, é correto afirmar que:

a) $n_L = \text{sen}\,\theta$

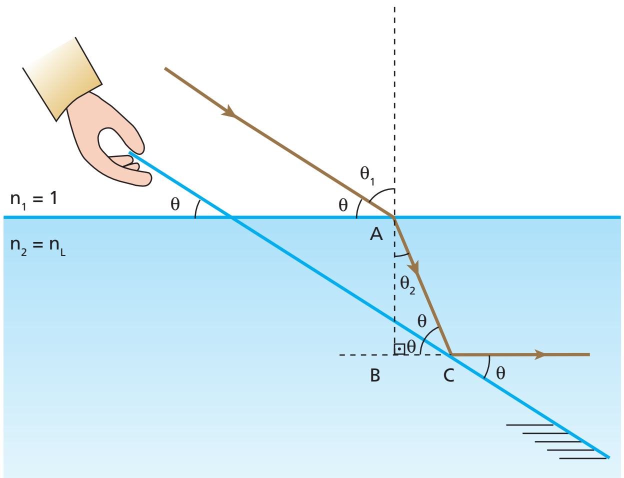
b) $n_L = \text{tg}\,\theta$

c) $n_L = \text{cotg}\,\theta$

d) $n_L = \dfrac{\text{sen}\,\theta}{\text{sen}\,2\theta}$

e) $n_L = \dfrac{\cos\theta}{\cos 2\theta}$

Resolução:



$\theta_1 = 90° - \theta \Rightarrow \text{sen}\,\theta_1 = \cos\theta$

No triângulo ABC:

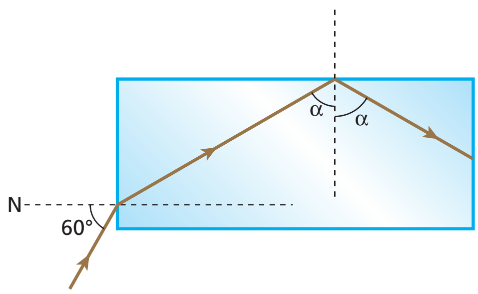
$\theta_2 = 90° - 2\,\theta \Rightarrow \text{sen}\,\theta_2 = \cos 2\,\theta$

$n_1\,\text{sen}\,\theta_1 = n_2\,\text{sen}\,\theta_2$

$1\ \cos\theta = n_L \cos 2\,\theta \Rightarrow \boxed{n_L = \dfrac{\cos\theta}{\cos 2\,\theta}}$

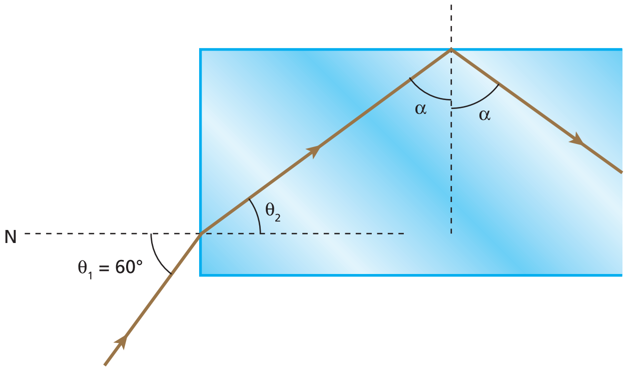
Resposta: e

101 Um fator que tem sido decisivo na melhoria das telecomunicações no Brasil é a transmissão de dados digitais através de redes de fibras ópticas. Por meio desses **infodutos** de plástico ou resina transparentes, baratos e confiáveis, que hoje se acham instalados ao longo das principais rodovias do país, é possível a troca de imensos arquivos entre computadores (banda larga), integração de sistemas de telefonia, transmissão de TV etc.
Dentro de uma fibra óptica, um sinal eletromagnético propaga-se com velocidades menores que a da luz no ar, sofrendo sucessivas reflexões totais. Considere a fibra óptica esquematizada a seguir, imersa no ar, na qual é introduzido um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática com ângulo de 60º em relação à reta normal **N** no ponto de incidência.



Para que valores do índice de refração absoluto **n** do material de que é feita a fibra as reflexões totais ocorrem?

Resolução:



- $n_{ar} \operatorname{sen} \theta_1 = n \operatorname{sen} \theta_2 \Rightarrow 1 \dfrac{\sqrt{3}}{2} = n \operatorname{sen} \theta_2$ (I)
- $\alpha \geqslant L \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha \geqslant \operatorname{sen} L \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha \geqslant \dfrac{1}{n}$

  Como $\operatorname{sen} \alpha = \cos \theta_2$: $\cos \theta_2 \geqslant \dfrac{1}{n}$ (II)
- De (I): $\operatorname{sen} \theta_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2\,n}$

  $\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \dfrac{3}{4n^2}} = \dfrac{\sqrt{4\,n^2 - 3}}{2\,n}$ (III)
- (III) em (II):

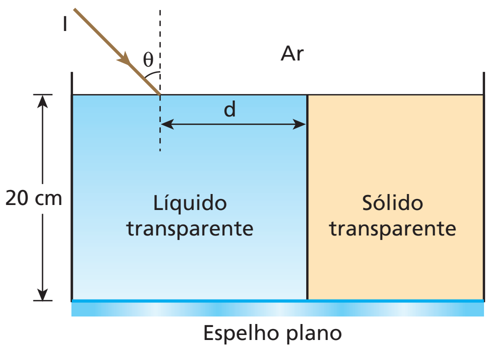
  $\dfrac{\sqrt{4\,n^2 - 3}}{2\,n} \geqslant \dfrac{1}{n} \Rightarrow 4\,n^2 \geqslant 7$

  $\boxed{n \geqslant \dfrac{\sqrt{7}}{2}}$

Resposta: $n \geqslant \dfrac{\sqrt{7}}{2}$

102 O fundo do recipiente representado na figura é um espelho plano. O raio **I**, incidente na fronteira ar-líquido, é monocromático. Após sofrer refração nessa fronteira, o raio reflete-se no espelho e, em seguida, sofre reflexão total na interface líquido-sólido, com ângulo de incidência limite.

Dados: velocidade da luz no ar = $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s; velocidade da luz no líquido = $2{,}0 \cdot 10^8$ m/s; sen θ = 0,75.



Determine:

a) o ângulo de refração θ′ na interface ar-líquido;

b) a velocidade da luz no sólido;

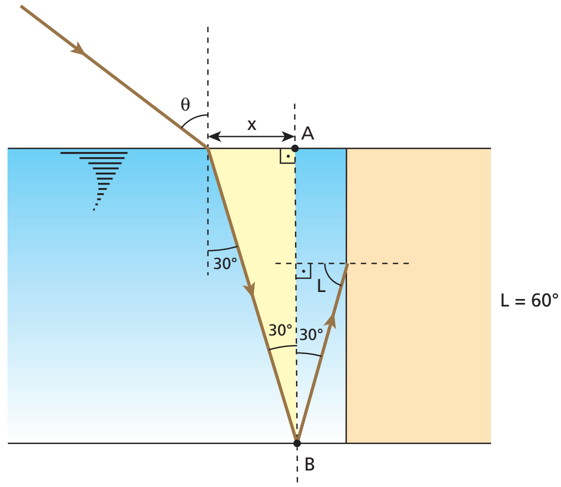
c) o máximo valor da distância **d** indicada.

Resolução:

a)

$$\frac{v_{ar}}{v_{líq}} = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \theta'} \Rightarrow \frac{3{,}0 \cdot 10^8}{2{,}0 \cdot 10^8} = \frac{0{,}75}{\operatorname{sen} \theta'} \Rightarrow \operatorname{sen} \theta' = 0{,}5 \Rightarrow \boxed{\theta' = 30°}$$

b)



$$\operatorname{sen} L = \frac{n_{sól}}{n_{líq}} = \frac{v_{líq}}{v_{sól}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2{,}0 \cdot 10^8}{v_{sól}} \Rightarrow$$

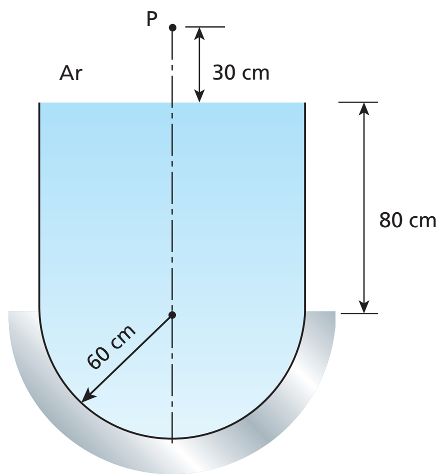
$$\boxed{v_{sól} = \frac{4{,}0\sqrt{3}}{3} \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2{,}3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

c) $\operatorname{tg} 30° = \dfrac{x}{AB} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{x}{20} \Rightarrow x = \dfrac{20\sqrt{3}}{3}$ cm

$d_{máx} = 2\,x \Rightarrow \boxed{d_{máx} = \dfrac{40\sqrt{3}}{3} \text{ cm} = 23 \text{ cm}}$

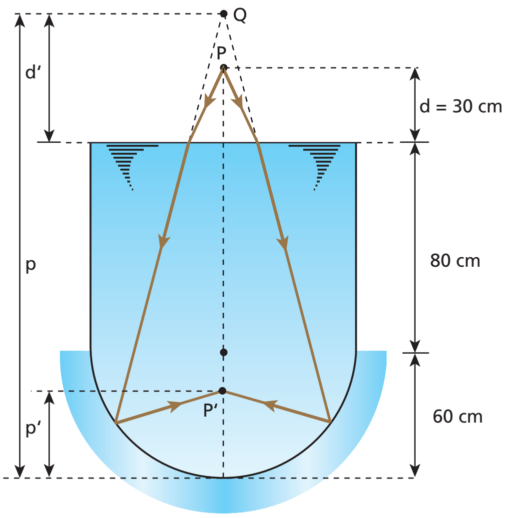
Respostas: a) 30°; b) $2{,}3 \cdot 10^8$ m/s; c) 23 cm

103 Considere um recipiente de base hemisférica polida, cheio de água. A base está externamente recoberta de prata e seu raio vale 60 cm.



Admita que apenas raios paraxiais emitidos pela fonte **P** atravessem a fronteira ar-água e incidam na superfície hemisférica, que produz a imagem P′. Supondo o índice de refração da água igual a $\dfrac{4}{3}$, determine a posição de P′ em relação à superfície livre da água.

Resolução:



No dioptro ar-água, temos:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{destino}}{n_{origem}} \Rightarrow \frac{d'}{30} = \frac{\frac{4}{3}}{1} \Rightarrow d' = 40 \text{ cm}$$

O ponto **Q** é imagem em relação ao dioptro ar-água. Esse ponto, porém, comporta-se como ponto objeto real em relação ao espelho côncavo correspondente à base.

Para o espelho, temos, então:

$p = d' + 80 + 60 \Rightarrow p = 180$ cm

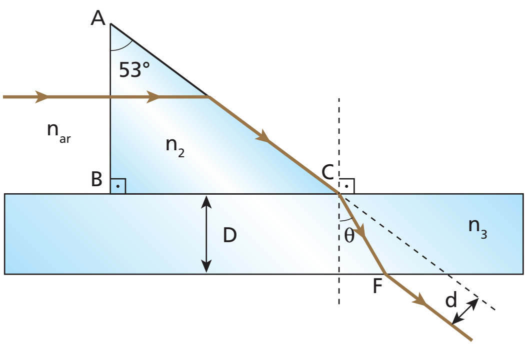
$$f = \frac{R}{2} = \frac{60}{2} \Rightarrow f = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{180} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{30} \Rightarrow \boxed{p' = 36 \text{ cm}}$$

Portanto, a imagem P' forma-se a 36 cm do vértice do espelho.

Resposta: A 104 cm da superfície livre da água.

104 (Olimpíada Brasileira de Física) Um raio de luz monocromático, vindo do ar, incide na face AB do prisma representado na figura e emerge rasante, paralelo à face AC, até encontrar uma lâmina de faces paralelas, justaposta à face BC.

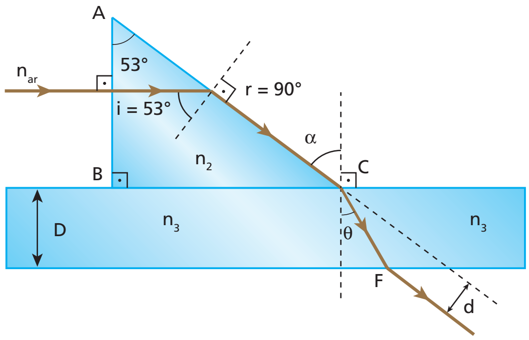


Dados: $n_{ar} = 1{,}0$ (índice de refração do ar);
$n_3 = 1{,}6$ (índice de refração do material da lâmina de faces paralelas);
$D = 2{,}0$ cm (espessura da lâmina de faces paralelas);
$c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s (velocidade da luz no ar);
sen 53° = 0,80; sen 37° = 0,60;
sen 23° = 0,40; cos 30° = 0,87.

Determine:
a) a velocidade da luz no interior do prisma;
b) o ângulo de refração **θ**;
c) o desvio lateral **d** sofrido pelo raio de luz.

Resolução:

a)



$$n_2 \text{ sen } i = n_{ar} \text{ sen } r \Rightarrow \frac{c}{v_2} \text{ sen } 53° = 1 \text{ sen } 90°$$

$$\frac{3{,}0 \cdot 10^8}{v_2} \cdot 0{,}80 = 1 \Rightarrow \boxed{v_2 = 2{,}4 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

b) $n_3 \text{ sen } \theta = n_{ar} \text{ sen } \alpha \Rightarrow 1{,}6 \text{ sen } \theta = 1 \text{ sen } 53°$

$1{,}6 \text{ sen } \theta = 0{,}80 \Rightarrow \text{sen } \theta = 0{,}50$

$\boxed{\theta = 30°}$

c) • $\cos \theta = \frac{D}{CF} \Rightarrow 0{,}87 = \frac{2{,}0}{CF}$

$\boxed{CF \simeq 2{,}3 \text{ cm}}$

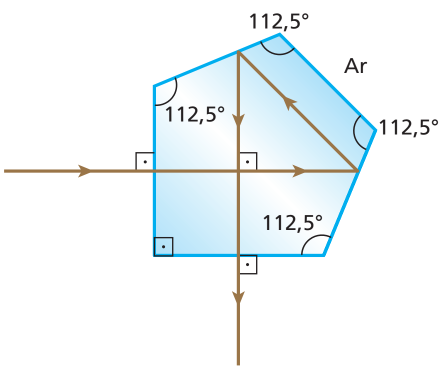
• $\text{sen } (\alpha - \theta) = \frac{d}{CF}$

$\text{sen } (53° - 30°) = \frac{d}{2{,}3} \Rightarrow \text{sen } 23° = \frac{d}{2{,}3}$

$0{,}40 = \frac{d}{2{,}3} \Rightarrow \boxed{d \simeq 0{,}92 \text{ cm}}$

Respostas: a) $2{,}4 \cdot 10^8$ m/s; b) 30°; c) $\simeq 0{,}92$ cm

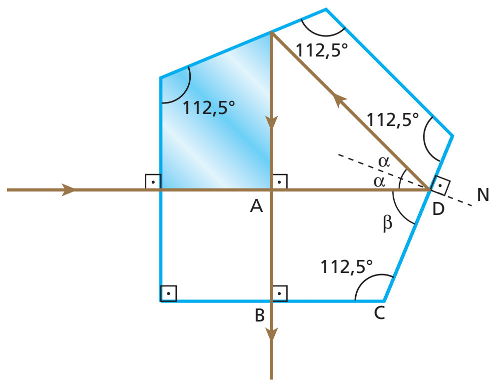
105 A figura a seguir esquematiza a trajetória de um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática que sofre um desvio de 90° ao atravessar um prisma pentagonal de Goulier, que é utilizado em alguns modelos de câmeras fotográficas. Nesse prisma, a luz incide normalmente em uma das faces, sofre duas reflexões totais e emerge também normalmente em outra face, perpendicular à face de entrada.



Ângulo (graus)	**Seno**
90,0	1,00
67,5	0,92
45,0	0,71
22,5	0,38

Sendo 1,00 o índice de refração do ar, determine o índice de refração do prisma (n_p) para que a luz siga a trajetória indicada.

Resolução:



No quadrilátero ABCD, temos;

$90° + 90° + 112{,}5° + \beta = 360° \Rightarrow \beta = 67{,}5°$

Como $\alpha + \beta = 90°$:

$\alpha + 67{,}5° = 90° \Rightarrow \alpha = 22{,}5°$

Para a ocorrência da reflexão total, deveremos ter: $\alpha \geqslant L$

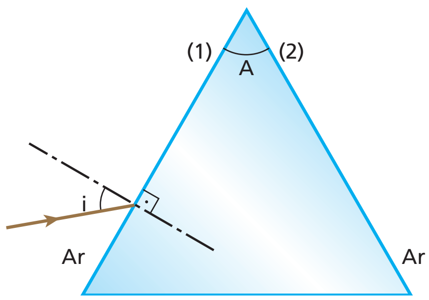
Então:

$\text{sen}\,\alpha \geqslant \text{sen}\,L \Rightarrow \text{sen}\,\alpha \geqslant \dfrac{n_{ar}}{n_p} \Rightarrow \text{sen}\,22{,}5° \geqslant \dfrac{1{,}00}{n_p} \Rightarrow 0{,}38 n_p \geqslant 1{,}00$

$n_p \geqslant \dfrac{1{,}00}{0{,}38} \Rightarrow \boxed{n_p \geqslant 2{,}63}$

Resposta: $n_p \geqslant 2{,}63$

106 Um raio de luz monocromática incide na face (1) de um prisma de ângulo de refringência **A** e índice de refração **n**, imerso no ar, como indica a figura:



Prove que, para ocorrer a emergência do raio pela face (2), devem ser satisfeitas as seguintes condições:

I. $A < 2L$, em que L é o ângulo-limite na fronteira prisma-ar;

II. $\text{sen}\,i > \dfrac{\text{sen}\,(A - L)}{\text{sen}\,L}$.

Resolução:

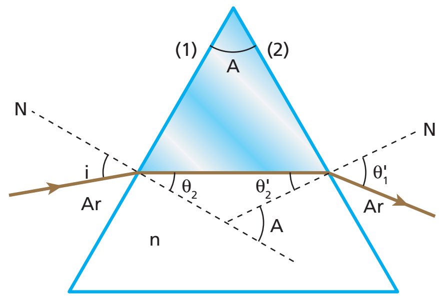
I.

- $\theta_2 + \theta'_2 = A$
- Sendo **L** o ângulo-limite:
  - na face (1): $\theta_2 < L$
  - na face (2): $\theta'_2 < L$

Portanto:

$\theta_2 + \theta'_2 < 2L$

$\boxed{A < 2L}$



II.

$\theta'_2 < L \Rightarrow \theta_2 + \theta'_2 = A \Rightarrow \theta'_2 = A - \theta_2$

Portanto:

$A - \theta_2 < L$ e $\theta_2 > A - L$

Como $\theta_2 < 90°$ e $(A - L) < 90°$:

$\text{sen}\,\theta_2 > \text{sen}\,(A - L)$ (I)

- $\text{sen}\,L = \dfrac{1}{n} \Rightarrow n = \dfrac{1}{\text{sen}\,L}$ (II)
- $n_{ar}\,\text{sen}\,i = n\,\text{sen}\,\theta_2 \Rightarrow \text{sen}\,\theta_2 = \dfrac{\text{sen}\,i}{n}$ (III)

(II) em (III):

$\text{sen}\,\theta_2 = \text{sen}\,i \cdot \text{sen}\,L$ (IV)

(IV) em (I):

$\text{sen}\,i \cdot \text{sen}\,L > \text{sen}\,(A - L)$

$\boxed{\text{sen}\,i > \dfrac{\text{sen}\,(A - L)}{\text{sen}\,L}}$

Resposta: $\text{sen}\,i > \dfrac{\text{sen}\,(A - L)}{\text{sen}\,L}$